

# Movimiento de convección en un medio granular agitado verticalmente

Iker Zuriguel Ballaz  
Departamento de Física y Matemática Aplicada  
Universidad de Navarra

Febrero, 2003



# Agradecimientos

En primer lugar me gustaría agradecer a Diego Maza y a Ángel Garcimartín, al primero por hacerme descubrir el mundo de la física y al segundo por la gran ayuda que me ha prestado durante estos 2 años. A ambos quiero dar las gracias también por la confianza que han depositado en mí, así como por sus consejos y sugerencias.

A todos los miembros del departamento les agradezco su gran acogida en los primeros días de mi estancia entre ellos. Además, les agradezco su posterior interés en mi trabajo y su amistad: Héctor Mancini, Carlos Pérez, Javier Burguete, Stefano Boccaletti, Fernando Varela, Begoña Peña, Santiago Madruga, Carolina Mendoza, Montse Miranda, Sergio Ardanza, Italo Bove, Carmen Palacios, Pedro Elizalde, María Yoldi, Emilio Díaz, Diego Valladares, Wenceslao González, Jean Bragard, María Jesús Chasco, María José Collados, Pilar Ayucar, Antonio Peláez, Sergio Casado, Cecilia Wolluscheck, Angela Bernardini y Andrea Vallone.

A la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra agradezco las becas que me ha concedido durante los cursos 2000-2001, 2001-2002 y durante el presente 2002-2003.

Una mención muy especial merecen mis padres y hermanos porque siempre serán los mejores, mi tía María Esther por hacerme sentir como en casa, Mamen por su comprensión y cariño y mis amigos porque, pese a la distancia, lo siguen siendo.

Por último, me gustaría dedicar este trabajo a mis ‘cinco’ abuelos y muy especialmente a mi abuelo Perico, que en estos 6 años de estancia en Pamplona ha sido el que me ha dado las mejores y más importantes lecciones.



# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Algunas características de los medios granulares . . . . .	2
1.2	Fluidización por vibración vertical . . . . .	6
1.2.1	Formación de una pendiente o talud . . . . .	6
1.2.2	Estructuras superficiales . . . . .	7
1.2.3	Convección . . . . .	9
1.2.4	Estado caótico . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Sistema experimental</b>	<b>17</b>
2.1	Medio granular y recipiente . . . . .	17
2.2	Vibrador electromagnético y acelerómetros . . . . .	19
2.3	Sistema de adquisición de imágenes . . . . .	20
2.3.1	Diagrama espacio-temporal . . . . .	20
2.3.2	PIV ('Particle Image Velocimetry') . . . . .	22
2.4	Análisis de los resultados . . . . .	22
2.5	Velocidades en la superficie y en la base de la celda . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Resultados</b>	<b>27</b>
3.1	Factores que afectan al movimiento de convección. . . . .	27
3.2	Estructuras espaciales . . . . .	28
3.3	Campo de velocidades de las partículas . . . . .	30
3.4	Influencia de algunos parámetros en el movimiento de convección . .	33
3.5	Velocidad en función de $\Gamma$ . . . . .	36
3.6	Velocidad en función de los parámetros externos . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>41</b>
	Conclusiones	41
	Bibliografía	45



# Capítulo 1

## Introducción

Los medios granulares y su curioso comportamiento en diferentes situaciones forman parte de nuestra vida diaria. ¿Por qué si se coge arena húmeda en la playa y se aprieta parece que se seca? ¿Cuál es el motivo de que se tenga que agitar el salero varias veces para echar sal a la comida? ¿Por qué las dunas de los desiertos tienen siempre la misma forma?

En la mayoría de los procesos industriales (industria alimenticia, farmacéutica, extracción de materia prima en canteras, industria del plástico...) los medios granulares están cada vez más presentes. Pese a ello, muchos de sus comportamientos dinámicos son aún desconocidos. El problema, sin embargo, no es nuevo: Coulomb en el s.XVIII y posteriormente Faraday [1831] y Reynolds [1885] quedaron fascinados por el extraño modo en que se comportaban los medios granulares y trataron de dar alguna explicación lógica de los fenómenos que se observaban. Más adelante se buscaron soluciones totalmente empíricas a los problemas que se presentaban en la industria, pero no ha sido hasta el final del siglo XX cuando se ha comenzado a estudiar seriamente la física de los medios granulares.

La materia granular, en ocasiones, puede parecerse en su comportamiento a un sólido, un líquido o un gas. Sin embargo, nunca se comporta exactamente como ellos. Al igual que los líquidos, los medios granulares adoptan la forma del recipiente que los contiene, pero –como los sólidos– pueden adoptar diferentes formas cuando no están encerrados en ningún recipiente. Del mismo modo, es posible hacer fluir un medio granular por una tubería como si de un líquido se tratara, pero la presión en un medio granular no puede expresarse mediante el concepto de la presión hidrostática, debido a que los arcos que se forman entre las partículas distribuyen el peso hacia las paredes del recipiente. Cuando la concentración de granos es baja y tienen elevada energía cinética, el comportamiento de un medio granular se puede asemejar al de un gas. Pero el gas granular es fuertemente disipativo, lo que origina diferencias en el comportamiento de ambos. Por todo ello algunos científicos consideran que nos encontramos ante un nuevo estado de la materia.

En este trabajo se tratará de profundizar en el conocimiento del comportamiento de los medios granulares cuando están sometidos a una vibración vertical. Cuando esto ocurre, el medio granular desarrolla un movimiento de convección. Este movimiento convectivo da lugar a la aparición de estructuras espaciales similares a

las que se originan en la convección de fluidos. Sin embargo aún no se ha podido determinar si se puede aplicar la ecuación de Navier-Stokes para un medio granular. Además, el movimiento de convección puede resultar importante para la industria debido a que al fluidizar el medio granular se facilitarían algunos procesos como la transferencia de calor o la mezcla.

Para comprender mejor el fenómeno se mide la velocidad de las partículas en las paredes, la base y la parte superior de la capa de medio granular con el fin de describir el movimiento de los granos. De este modo, nos proponemos caracterizar el movimiento de convección del medio granular, en función de diferentes parámetros, para que las diversas teorías que se den acerca de este fenómeno tengan datos experimentales con los cuales puedan ser confrontadas.

El trabajo realizado se dispondrá del siguiente modo: en primer lugar se expondrán, en una breve introducción, algunas características de los medios granulares necesarias para comprender su comportamiento. En segundo lugar se explicará el dispositivo experimental utilizado y se enumerarán los parámetros de control de nuestro sistema. Posteriormente se expondrán los resultados obtenidos en función de los parámetros de control para, finalmente, explicar las conclusiones obtenidas y posibles continuaciones del trabajo.

## 1.1 Algunas características de los medios granulares

### Fracción de compactación

Los granos, debido a su propia naturaleza, se agrupan dejando huecos entre ellos. De este modo un medio granular ocupa un volumen mayor del correspondiente al volumen propio de los granos. El parámetro que indica volumen real ocupado por los granos de un volumen dado es la *fracción de compactación*:  $\phi = \frac{\text{Volumen de los granos}}{\text{Volumen total ocupado}}$ .

Aunque se asume que el empaquetamiento más denso posible en tres dimensiones es el empaquetamiento hexagonal compacto, con  $\phi = 0.74$ , en la práctica, la mayor fracción de compactación alcanzable es  $\phi = 0.64$  la cual corresponde al llamado en inglés “random close packing” (empaquetamiento denso al azar) [Metha & Barker, 1994]. En el límite opuesto, el empaquetamiento menos denso posible (“random loose packing”) está peor definido, pero parece tomar un valor cercano a 0.52 [Shapiro & Probstein, 1992].

La fracción de compactación, además de depender de las propiedades del grano (forma, rugosidad...), también depende del modo en el que se ha producido la deposición de los granos. Si se produce la deposición de un modo lento (el modo más lento sería añadir un grano cuando el anterior ya se ha depositado) los granos se ordenan y la fracción de compactación será alta. Al contrario, si se deposita el medio granular rápidamente, a los granos no les da tiempo a ordenarse y la fracción de compactación será baja.

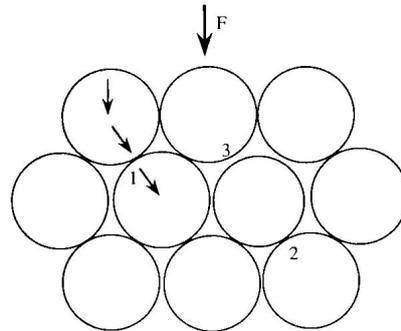


Figura 1.1: Diferentes tipos de contactos entre los granos de un medio granular.

### Número de contactos

De todas las características de los medios granulares, el número de contactos de cada grano con otros vecinos, también llamado número de coordinación, es la peor conocida. Se sabe que está relacionada con la fracción de compactación, pero todavía no se ha podido determinar esa ley [D.Bideau & A.Hansen, 1993]. Este desconocimiento se debe no sólo a la dificultad de realizar experimentos de los cuales se puedan extraer datos fiables respecto al número de contactos, sino también por el hecho de que no todos los contactos son iguales. Así, se puede hacer referencia a 3 tipos de contactos entre los granos (figura 1.1).

- Contactos tipo 1 o ‘contactos activos’ : Son los contactos que transmiten la presión en un medio granular.
- Contactos tipo 2 o ‘contactos geométricos’: Son contactos en los cuales las partículas se tocan pero no transmiten la presión externa.
- Contactos tipo 3: No son contactos a una presión dada, pero pueden llegar a serlo a una presión mayor.

### Arcos o puentes.

Una de las características más importantes que tienen los medios granulares es su capacidad para formar puentes. Un puente es una estructura propia de los medios granulares en la cual un grano no se apoya en otros tres granos que están bajo él, sino que se mantiene en equilibrio apoyándose en uno o dos granos inferiores y gracias a la fuerza que sobre él ejerce un grano superior (figura 1.2).

Obviamente existe una estrecha relación entre la cantidad y la forma de los puentes que aparecen en un medio granular y su fracción de compactación.

### Comportamiento no térmico.

Debido a que el peso de los granos es demasiado elevado como para que la energía térmica les pueda suministrar una energía cinética significativa, en un medio granular

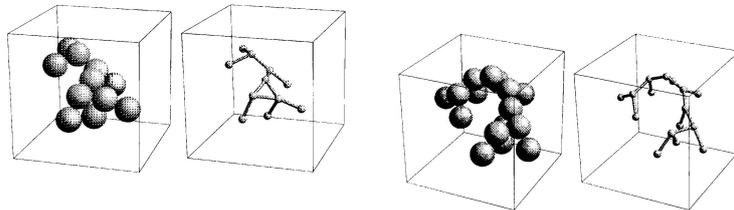


Figura 1.2: Diferentes tipos de puentes que pueden formarse en un medio granular. En ambas figuras, a la izquierda se muestra el puente y a la derecha se representa el mismo mediante pequeñas esferas, que simbolizan el centro de las partículas, y enlaces que simbolizan los contactos de tipo 1 que hay entre ellas. Figura obtenida de [Pugnaloni *et al.*, 2001].

no se puede dar un movimiento browniano como en los fluidos. Por tanto, una vez formada una configuración granular, ésta no puede relajarse espontáneamente si no es con la presencia de una perturbación externa.

Este es también el origen de un curioso fenómeno de metaestabilidad en la formación de las pilas granulares. Así, al formar una pila con un medio granular (piénsese por ejemplo en una montaña hecha con arena de la playa) el ángulo de reposo que adopta, toma valores entre  $\phi_r$  (por debajo de éste ángulo la pila de arena siempre es estacionaria) y  $\phi_m$  (por encima de éste ángulo las avalanchas ocurren espontáneamente). Cuando el ángulo que forma la pila tiene un ángulo que se encuentra entre estos dos, manifiesta biestabilidad en el sentido de que puede, o no, estar fluyendo una avalancha en su superficie.

### Canales de tensión.

El desorden de los contactos entre granos, así como la existencia de puentes, ambas características inherentes a todo medio granular, hacen que al aplicar una fuerza externa sobre los granos ésta se propague siguiendo los caminos que le marquen las partículas en contacto, los llamados canales de tensión (figura 1.3). De este modo, cuando se ejerce una presión vertical sobre un medio granular, automáticamente se genera una presión horizontal que es proporcional a la presión vertical aplicada:  $P_h = KP_v$ , donde  $K$  es una constante de proporcionalidad que depende de las características del material.

Estos canales de tensión son también los causantes de que en un medio granular la presión no sea de tipo hidrostático, como la que corresponde a una columna de líquido. La distribución de presiones dentro de un medio granular contenido en un tubo cilíndrico sigue esta ley (ver figura 1.4): cuando  $h$  (la profundidad) es muy pequeña se observa que  $p_v = \rho gh$ , lo cual corresponde a una presión de tipo hidrostático, pero  $p_v$  satura cuando  $h$  alcanza un valor mayor que  $r/2K\mu_s$ , siendo el valor máximo:  $p_v = \rho gr/2K\mu_s$  donde  $\rho$  es la densidad aparente del medio granular,  $r$  el radio del cilindro,  $K$  la constante de redistribución de fuerzas y  $\mu_s$  el coeficiente de fricción estático del material granular.

Cuando hablamos de la densidad aparente en un medio granular ( $\rho$ ), no nos

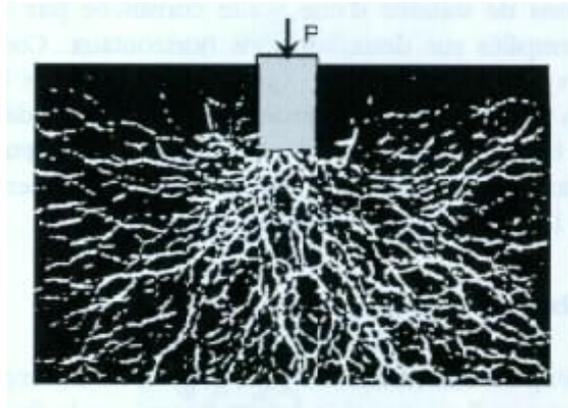


Figura 1.3: En la figura se muestra cómo una fuerza aplicada sobre un medio granular no se propaga homogéneamente sino a través de canales de tensión. Figura obtenida de [Duran, 1997].

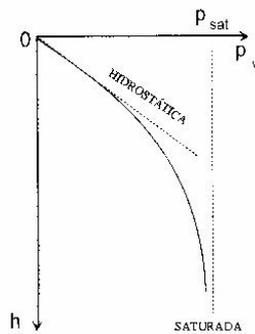


Figura 1.4: Dependencia de la presión vertical en función de la altura. Figura obtenida de [Duran, 1997].

estamos refiriendo a la densidad real del material, sino a la que aparenta teniendo en cuenta que entre los granos existen gran cantidad de huecos (ver sección 1.1). Esta densidad aparente está relacionada con la fracción de compactación,  $\phi$ , del siguiente modo:  $\rho_{aparente} = \phi \rho_{real}$ .

El coeficiente de fricción de un medio granular ( $\mu_s$ ) no es el coeficiente de fricción del material, sino que es propio del medio granular, y depende de la forma, tamaño, textura y rugosidad del grano. Para esferas de vidrio lisas, por ejemplo, un valor típico es 0.4.

### Un medio granular es disipativo.

Un choque entre dos esferas o granos puede ser inelástico (si se produce pérdida de energía) o elástico (si la pérdida de energía es nula). El tipo de choque depende del coeficiente de restitución,  $\alpha$ , que será tanto más cercano a 1 cuanto más elástico sea el choque y menos energía se pierda.

Sin embargo,  $\alpha$  nunca podrá ser exactamente 1 debido a que siempre se perderá algo de energía. Y como el número de choques que se dan en un medio granular en un

tiempo finito puede diverger, los medios granulares son en determinadas ocasiones fuertemente disipativos.

Todas las características descritas hasta ahora son propias de todo medio granular, pero se manifestarán con diferente intensidad según las propiedades particulares de los granos que lo forman. De este modo, parámetros determinantes para el comportamiento de un medio granular –como la fricción y el coeficiente de restitución– dependen de su forma, textura y dureza.

## 1.2 Fluidización por vibración vertical

Debido a que los medios granulares son fuertemente disipativos, es necesario suministrar energía para conseguir que los granos se muevan. Muchas son las configuraciones en las que se puede proporcionar este suministro de energía: descarga de silos y tolvas [Ristow, 2000], tambor en rotación [Ristow, 2000; Clément *et al.*, 1995; Duran, 1997], vibración horizontal [Liffman *et al.*, 1997] o vibración vertical. Dependiendo de la forma de suministro de energía, el medio granular se comporta de diferente modo.

En este trabajo se va a estudiar la fluidización por vibración vertical, que consiste en hacer vibrar verticalmente un contenedor dentro del cual se encuentra el material granular. Dependiendo de la energía que se le suministre y de las características del medio granular se producen diferentes fenómenos: formación de una pendiente (talud); aparición de patrones superficiales; convección; o segregación, si nos encontramos ante una mezcla de partículas de diferente tamaño, densidad o forma.

En la mayoría de los experimentos y modelos de vibración vertical, la energía se suministra al recipiente a través de una vibración sinusoidal:  $A(t) = A\sin(\omega t)$  donde  $A$  es la amplitud,  $\omega$  la frecuencia angular de la vibración y  $t$  el tiempo. Se tomará como parámetro de control la aceleración máxima normalizada con la gravedad:

$$\Gamma = A\omega^2/g \tag{1.1}$$

A continuación se describe la fenomenología observada a medida que se aumenta  $\Gamma$ .

### 1.2.1 Formación de una pendiente o talud

Para valores de  $\Gamma$  menores que uno, no se observa movimiento alguno de las partículas. Cuando el valor de  $\Gamma$  es algo mayor que 1, y para ciertos valores de frecuencia y amplitud de la vibración, el material forma una pendiente asimétrica, como se muestra en la figura 1.5 (ver también figura 3.3). El talud se forma por el movimiento convectivo de las partículas que ascienden por una pared y descienden por la pendiente, siendo su inclinación siempre menor que el ángulo de reposo del material,  $\phi_r$ . Este fenómeno es más notorio para valores de frecuencia pequeños (menores de 60 Hz). Para valores de frecuencia mayores, debido al movimiento de convección,

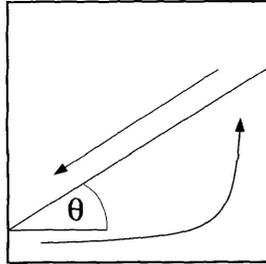


Figura 1.5: Esquema del flujo que origina un talud.

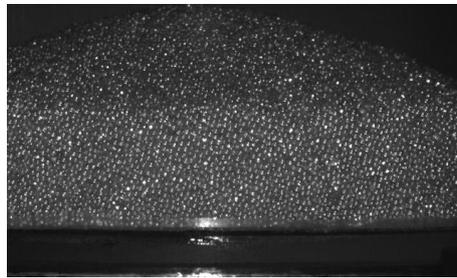


Figura 1.6: Pendientes que se forman al agitar un medio granular verticalmente a una frecuencia mayor de 60 Hz.

se forman dos taludes que producen un montículo (en inglés ‘heap’) en el centro del recipiente, como el que se muestra en la figura 1.6.

Para valores de  $\Gamma$  mayores que uno, y en ocasiones coexistiendo con la presencia del talud, pueden darse dos fenómenos diferentes dependiendo del espesor de la capa de granos que se someta a la vibración: formación de estructuras superficiales y convección de toda la capa de medio granular.

### 1.2.2 Estructuras superficiales

Cuando la capa de granos es relativamente fina, si  $\Gamma$  supera cierto valor umbral que depende del material y del tamaño de la celda, aparecen ondas que oscilan a una frecuencia que es la mitad o la cuarta parte de la frecuencia aplicada. Estas ondas pueden interactuar entre ellas para formar una gran diversidad de estructuras (figura 1.7).

Para un espesor constante de medio granular, la estructura que aparece depende únicamente de la aceleración,  $\Gamma$ , y de la frecuencia,  $f$ . Melo *et al.* [1995] estudiaron en qué rango de frecuencias y aceleraciones es estable cada estructura, obteniéndose el diagrama que se muestra en la figura 1.8. Como puede observarse, no aparece histéresis en ninguna transición excepto en la que se originan cuadrados.

Para capas un poco mayores y en la región de aceleración y frecuencia que se indica en la figura 1.9a aparecen ‘oscilones’. Un ‘oscilón’ es una excitación pequeña, circular y simétrica que oscila subarmónicamente a frecuencia  $f/2$  (figura 1.9b). En el rango de parámetros donde se encuentran los oscilones, la capa de medio granular

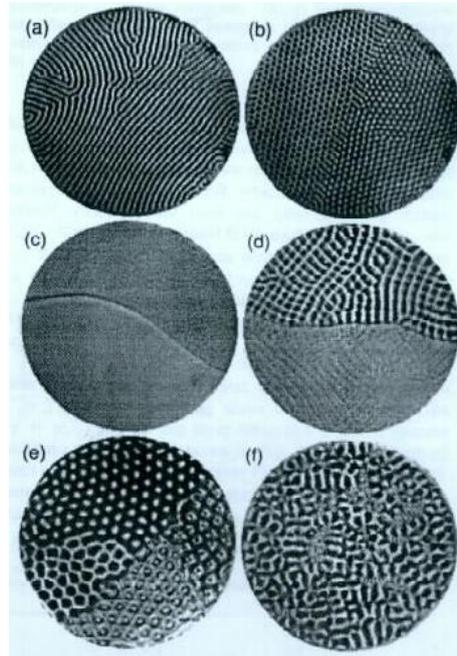


Figura 1.7: Diferentes tipos de estructuras que se pueden formar en una capa fina de medio granular vibrada verticalmente. Figura tomada de [Melo *et al.*, 1995].

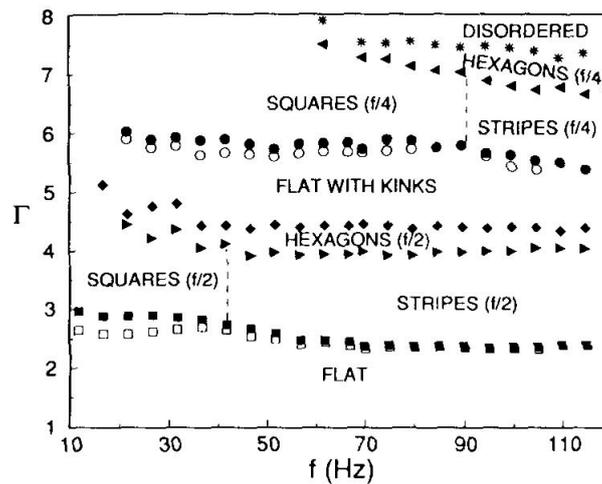


Figura 1.8: Diagrama de estabilidad que muestra las transiciones en una capa de 7 granos de profundidad. Las líneas discontinuas verticales muestran las frecuencias que dividen regiones de estabilidad de cuadrados y líneas. Los símbolos negros indican transiciones que se producen al incrementar  $\Gamma$  y los blancos las que se producen al decrecer  $\Gamma$ . Figura tomada de [Melo *et al.*, 1995].

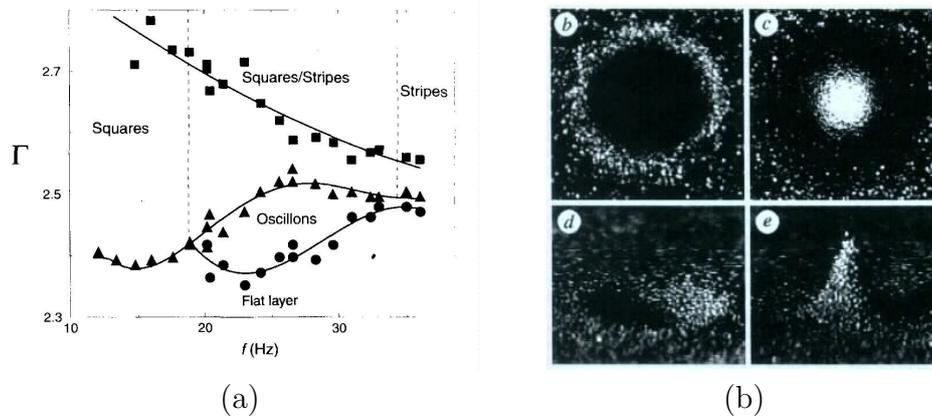


Figura 1.9: (a) Región de aceleraciones y frecuencias en las que los oscilones son estables. (b) Fotografías de un oscilón tomadas cenital y lateralmente. Figura y fotos obtenidas de [Umbanhowar *et al.*, 1996].

realiza un vuelo libre (deja de permanecer en contacto con la base del recipiente) que comienza cuando la aceleración suministrada al recipiente es mayor que  $g$ . Cuando esta capa cae y vuelve a contactar con la base del recipiente, el impacto hace que el recipiente suministre gran cantidad de energía al medio granular. En este momento de la colisión, los oscilones pasan de ser picos a depresiones o viceversa. Así, cuando un oscilón que está en la fase de depresión choca con la base del recipiente, los granos son acelerados hacia el centro y forman un pico durante el siguiente vuelo libre.

### 1.2.3 Convección

Si la capa de granos es de mayor altura, por lo general, las partículas comienzan a descender por las paredes de la celda y a ascender por el centro, dando lugar a la aparición de un rollo convectivo. Aunque este tema ha sido muy estudiado en los últimos años, todavía no se ha llegado a un acuerdo acerca del origen del movimiento de convección, siendo varios los mecanismos propuestos.

#### Efecto de las paredes verticales

Varios son los autores que defienden que la convección tiene su origen principalmente en el efecto de las paredes verticales del recipiente en el que se halla el medio granular [Clément *et al.*, 1992] [Ehrich *et al.*, 1995] [Knight, 1997].

Cuando un medio granular es sometido a una vibración vertical, en el momento en que la aceleración suministrada sea mayor que la de la gravedad, las partículas perderán contacto con la base del recipiente. Estas partículas comenzarán un vuelo libre hasta que finalmente choquen con el recipiente, manteniéndose en contacto con él hasta que vuelvan a despegarse en el siguiente ciclo. Estos dos instantes se pueden apreciar mediante un medidor de presión y un acelerómetro (figura 1.10).

Cuando las partículas se despegan de la base del recipiente el empaquetamiento es bastante elevado. Debido a la existencia de los canales de tensión, se ejerce sobre

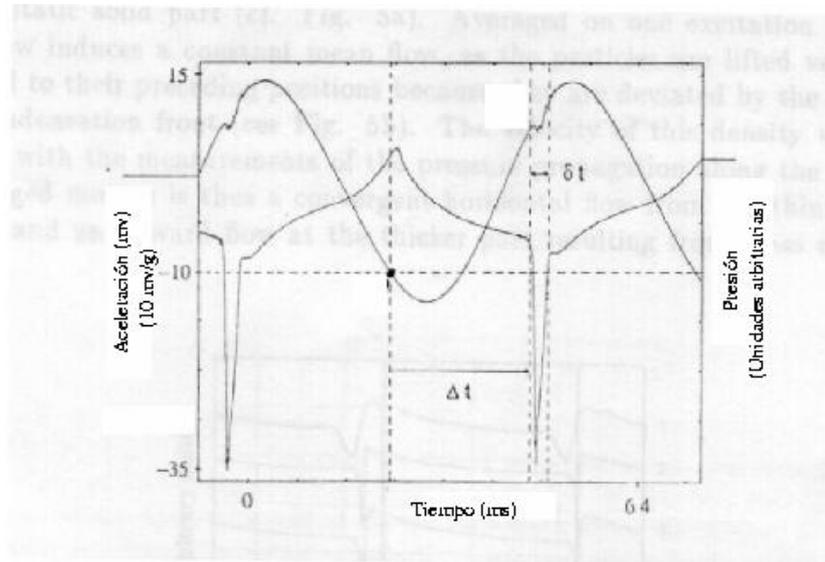


Figura 1.10: Aceleración y presión en función del tiempo. Cuando la aceleración es mayor que  $g$ , la capa de granos se despeg. El momento en el que la capa choca con la base del recipiente se aprecia porque aparece un gran pico en la presión que ejerce el medio granular sobre la base.  $\Delta t$  es el tiempo de vuelo libre del medio granular. Figura obtenida de [Laroche *et al.*, 1989].

las paredes del recipiente una fuerte presión. Esto origina que se produzca una fuerza de fricción elevada cuando el movimiento de las partículas respecto al de las paredes del recipiente es hacia arriba. Sin embargo, cuando este movimiento es hacia abajo, el empaquetamiento es menos denso y la fuerza de rozamiento es menor. Como consecuencia, a lo largo de un ciclo de vibración, la fuerza resultante por el efecto del rozamiento de las partículas con las paredes es hacia abajo, y por lo tanto las partículas que se encuentran cerca de las paredes se desplazan en esa dirección. Para cerrar el flujo es necesario que las partículas que han descendido a lo largo de las paredes se dirijan hacia el centro del recipiente, por donde ascienden hasta alcanzar la superficie.

Se realizaron varios experimentos en 2D en los cuales se investigó la relevancia de la fricción de los granos entre sí y de los granos con la pared, así como del coeficiente de restitución del medio granular, en la formación de los rollos [Clément *et al.*, 1992]. Para valores bajos de fricción de los granos entre sí no todos fluyen. Únicamente se origina una fluidización de las capas altas del medio granular si el coeficiente de restitución es elevado. Si el coeficiente de restitución es bajo no se observa esta fluidización de las capas altas aun cuando se someta al medio granular a elevadas amplitudes de vibración. Para valores altos de fricción entre granos, se originan 2 rollos simétricos, observándose simultáneamente, en el caso de un alto coeficiente de restitución, la fluidización de la superficie.

Pero si en lugar de usar una celda rectangular como la que se usaba en los experimentos anteriores, se emplea una celda cilíndrica anular (con condiciones de contorno cíclicas) no se observa la aparición de los rollos ni de la inestabilidad de la super-

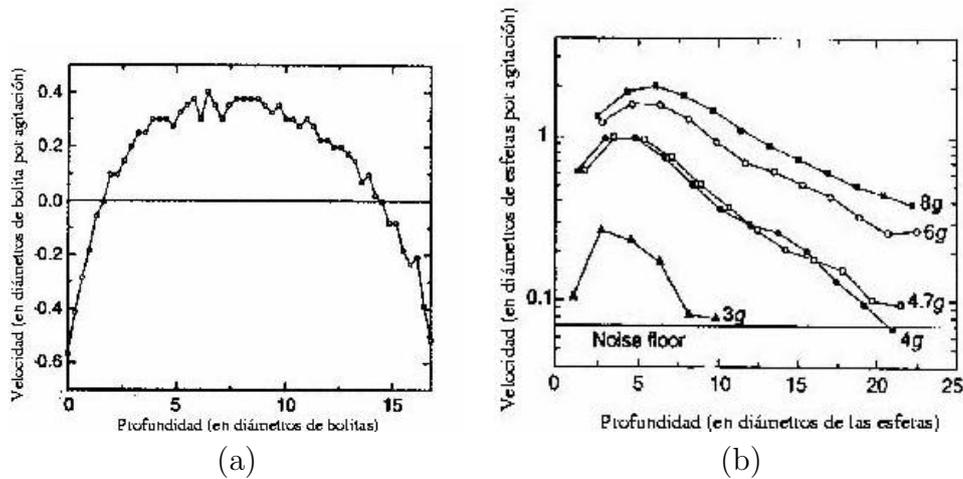


Figura 1.11: (a) Velocidad del medio granular en función de la posición a lo largo de un diámetro. (b) Velocidad del medio granular medida en las paredes del recipiente en función de la profundidad. Figura tomada de [Ehrich *et al.*, 1995].

ficie. Introduciendo dos paredes laterales, los rollos se originan espontáneamente. Este experimento muestra la importancia que tienen las paredes del recipiente en la formación de los rollos [Clément *et al.*, 1992].

Ehrich *et al.* [1995] obtuvieron información sobre el campo de velocidades de las partículas en convección mediante resonancia magnética. Para una profundidad dada, el perfil de velocidades a lo largo de todo el diámetro del recipiente es el que se muestra en la figura 1.11a. En las cercanías de las paredes la velocidad es negativa (las partículas se desplazan hacia abajo) mientras que en el centro (interior del recipiente) la velocidad es positiva. Además, en la figura 1.11b se observa cómo la velocidad de las partículas, a excepción de una pequeña región cercana a la superficie, decae exponencialmente a medida que la profundidad aumenta. Esta dependencia sugiere una probabilidad independiente de la profundidad de que una partícula que esté en las proximidades de las paredes se introduzca en el interior del recipiente, cambiando así la dirección de su movimiento.

Knight [1997] encontró que el efecto que las paredes tienen sobre el movimiento de convección de un medio granular se podía cambiar totalmente si se inclinaban hacia afuera. Así, en el momento en que las partículas comienzan a levitar, la presión ejercida sobre las paredes hace que las partículas se desplacen hacia arriba. En dicho trabajo se encontró un ángulo crítico por encima del cual en las cercanías de las paredes las partículas ascendían.

### Gradientes de ‘Temperatura Granular’

Algunos autores [Ramírez *et al.*, 2000] [Wildman *et al.*, 2001] afirman que la aparición del movimiento está inducida por la existencia de un gradiente de ‘temperatura granular’, análogamente a como ocurre con los fluidos. Esta temperatura se define a partir de la velocidad de las partículas.

Wildman *et al.* [2001] estudiaron mediante PEPT (*positron emission particle*

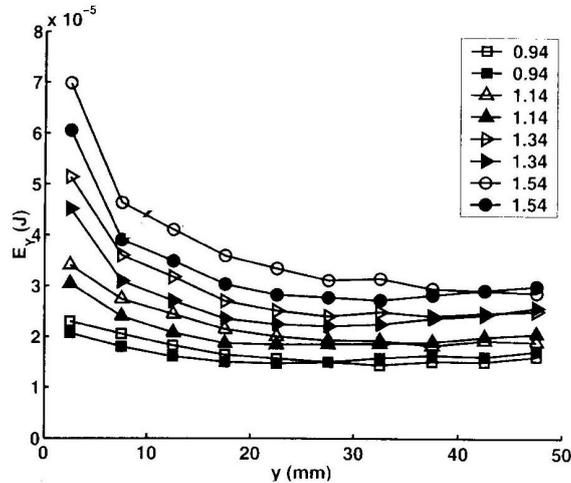


Figura 1.12: Perfiles de temperatura granular en función de la altura para  $A_0 = 0.94, 1.14, 1.34$  y  $1.54$  mm. Símbolos blancos para  $r < 30$  mm (lejos de las paredes) y símbolos negros para  $30 < r < 60$  (cerca de las paredes). Figura tomada de [Wildman *et al.*, 2001].

*tracking*) la distribución de las temperaturas granulares en el interior de un recipiente cilíndrico lleno de esferas de vidrio (figura 1.12). La técnica usada para hallar la temperatura granular en este estudio se basa en el análisis del comportamiento en un corto espacio de tiempo del desplazamiento medio de las partículas. En este mismo estudio se observaron las variaciones de densidad de una zona a otra y su relación con los campos medios de temperaturas (figura 1.13). Las dos figuras anteriores confirman que los gradientes de ‘temperatura’ y las variaciones de densidad, parámetros muy relacionados con la convección libre en fluidos convencionales, están presentes también en la convección de medios granulares.

Por otro lado, Ramírez *et al.* [2000] modelaron un sistema que no tenía pared rugosa que pudiese originar el movimiento de convección. La base suministraba a cada partícula que colisionaba con ella una componente normal de la velocidad estocástica con una probabilidad tomada de una gaussiana a temperatura  $T_0$ . En este sistema aparece espontáneamente un gradiente de temperatura, ya que ésta decrece con la altura debido a la disipación. Hay por lo tanto un flujo de energía hacia arriba que es disipado por las colisiones entre partículas. Si el sistema fuese perfectamente elástico, permanecería macroscópicamente estático. Este estado podría compararse con el estado de conducción en un líquido calentado desde abajo. Pero si el coeficiente de restitución es menor que uno, aumentará la disipación de energía en un choque entre partículas y se producirá una transición de régimen ‘conductor’ a ‘convectivo’.

Pese a que el movimiento de convección en un medio granular es comparable al de un fluido, existe una diferencia clara. En los fluidos convencionales, el umbral por encima del que aparece la convección está determinado por la relación entre los

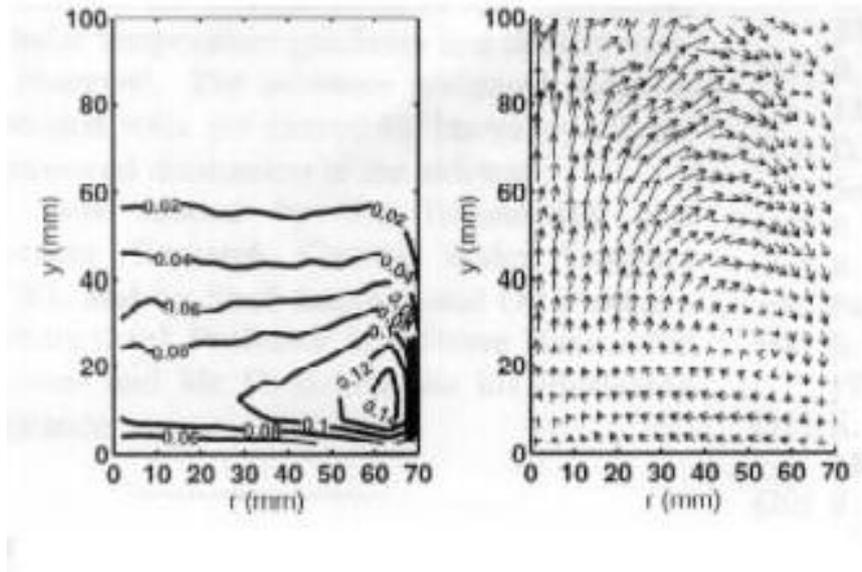


Figura 1.13: Mapa de contorno de la fracción de empaquetamiento (izquierda) y campos medios de velocidades (derecha) donde  $y$  es la altura y  $r$  la posición a lo largo del radio. Figura tomada de [Wildman *et al.*, 2001].

tiempos característicos de los procesos que se oponen a la convección (difusión y viscosidad) y los que favorecen la convección (empuje debido a la diferencia de densidades). Este empuje es proporcional al gradiente de temperaturas que se impone externamente. Sin embargo, en el caso de los medios granulares, este gradiente de temperatura no puede ser impuesto externamente ya que es creado por el propio sistema. El gradiente de ‘temperatura granular’ será mayor cuanto mayor sea la disipación de energía entre choques. Por lo tanto, a la hora de evaluar el ‘gradiente de temperatura’ real en un medio granular habrá que tener en cuenta dos los factores:

- La energía suministrada externamente.
- La disipación interna de energía debida a los choques.

#### Otros aspectos en la convección de un medio granular.

Algunos autores consideran que la presencia de un fluido (generalmente el aire) es de crucial importancia para que se de el movimiento de convección [Laroche *et al.*, 1989]. Como se ha dicho, cuando la aceleración que se le suministra al recipiente es mayor que  $g$ , las partículas se despegan de la base, dejando un pequeño hueco. Las partículas vuelven a caer y el hueco disminuye hasta que la capa de granular vuelve a contactar con la base del recipiente. Resulta evidente que el aire tiene que pasar entre los granos, influyendo significativamente en el movimiento de convección. Así, Laroche *et al.* [1989] aseguran que en vacío ( $10^{-5}$  torr) el movimiento de convección desaparece. Sin embargo, parece aceptado que el efecto del aire es de lubricación

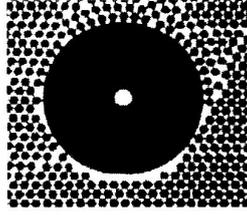


Figura 1.14: Partícula grande en el interior de una capa de partículas pequeñas. Figura obtenida de [Duran, 1997].

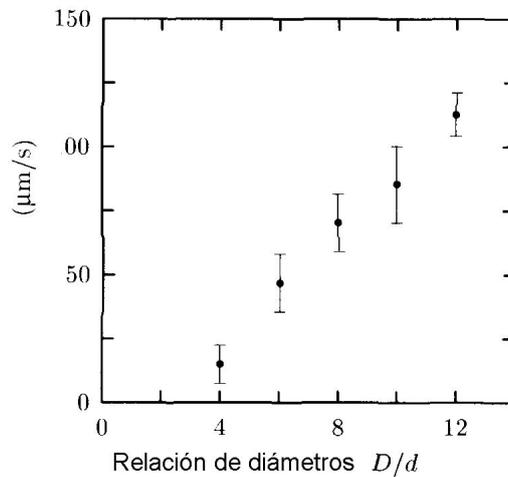


Figura 1.15: Velocidad media de ascenso de una partícula grande en el seno de partículas pequeñas cuando se le suministra una vibración con frecuencia  $f = 50$  Hz y amplitud  $A/d = 0.1$ , donde  $d$  es el diámetro de las partículas pequeñas. Figura obtenida de [Vanel *et al.*, 1997].

únicamente, y no puede considerarse el responsable del mecanismo que gobierna la convección.

Otra característica de los medios granulares secos es que –a diferencia de los líquidos– presentan, de manera casi general, una gran resistencia a la mezcla homogénea. Además, si dos materiales granulares con diferente tamaño de grano, densidad, forma, coeficiente de restitución elástico o coeficiente de fricción están mezclados y se les aplica cualquier tipo de energía, presentan tendencia a la *segregación*. El medio granular se autoorganiza de manera que reconstituye localmente las agrupaciones de partículas idénticas entre ellas. Este fenómeno, en el caso particular en el que se suministra energía al sistema por medio de una vibración vertical, es conocido como el ‘efecto de las nueces de Brasil’. Se le da este nombre porque cuando se mezclan nueces de diferentes tipos y en el curso del transporte quedan expuestas a vibración, las de Brasil, mayores que el resto, son segregadas y aparecen siempre en la parte de arriba.

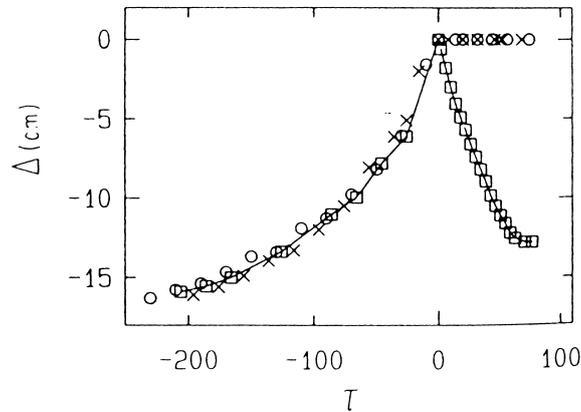


Figura 1.16: La profundidad,  $\Delta$ , a la que se encuentran diferentes esferas con  $R = 9.5$  (x),  $R = 3$  (○) y  $R = 1$  (□) en función del número de agitación ( $\tau$ ) normalizado para que las partículas alcancen la superficie en  $\tau = 0$ . Figura obtenida de [Knight *et al.*, 1993].

En un principio, se explicó el origen de este fenómeno mediante el concepto de las reagrupaciones locales de granos. Cuando una partícula de tamaño mayor que el resto se encuentra en el seno de un medio granular puede estar bien reposando sobre partículas que están inmediatamente debajo de ella, bien en una posición estable pero sin mantenerse en contacto con las partículas que están bajo ella. Esto es posible gracias a los efectos de arco o puentes (ver figura 1.14).

Como se puede apreciar, alrededor de la partícula grande siempre aparecen una serie de dislocaciones o defectos. Al someter el medio a una vibración vertical, las partículas pequeñas pueden ir ocupando estos huecos, haciendo que la partícula grande ascienda. La partícula grande nunca podrá descender como las pequeñas, ya que no encontrará bajo ella ningún hueco lo suficientemente grande como para ocuparlo. Teniendo esto en cuenta, se puede deducir que la relación  $R = D/d$ , donde  $D$  es el diámetro de la esfera mayor y  $d$  el diámetro de las esferas pequeñas que forman el seno del medio granular, va a ser la que determine la velocidad de segregación de la esfera mayor [Vanel *et al.*, 1997]. Así, para el resto de condiciones idénticas se producirá la segregación tanto más rápido cuanto mayor sea  $R$  (figura 1.15).

Pero Knight *et al.* [1993] demostraron que la segregación en un medio granular también se puede dar por otro mecanismo diferente: la convección. De este modo, si un medio granular que se encuentra en convección contiene en su interior una esfera de mayor tamaño que el resto, ésta seguirá el movimiento convectivo, pero en cuanto alcance la superficie permanecerá allí y no continuará el flujo debido a la dificultad que tiene para penetrar entre las partículas pequeñas. Este mecanismo de segregación implica que la velocidad con la que ascienden las partículas sea independiente de  $R$  (figura 1.16).

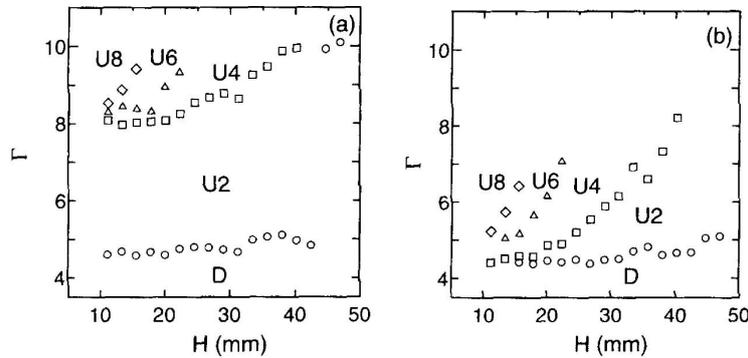


Figura 1.17: Aceleración crítica ( $\Gamma$ ) para bolas de vidrio en función de la altura inicial de la capa granular para la aparición de rollos cuando se incrementa  $\Gamma$  (figura superior) y cuando se disminuye  $\Gamma$  (figura inferior). Frecuencia de la vibración,  $f = 50$  Hz. D y U se refieren al movimiento de convección ‘hacia abajo’ y ‘hacia arriba’. El número de rollos que aparecen se ha escrito tras la U. Figura obtenida de [Aoki *et al.*, 1996].

### 1.2.4 Estado caótico

En los casos explicados hasta ahora, cuando se producía la convección, siempre se daba ‘hacia abajo’<sup>1</sup> excepto en el caso de que las paredes del recipiente estuviesen ligeramente inclinadas hacia fuera.

Sin embargo en recipientes rectangulares se ha visto que la convección ‘hacia arriba’ también se produce con las paredes perfectamente verticales. Así, Aoki *et al.* [1996] observaron que aunque para valores bajos de la aceleración se daba la convección ‘hacia abajo’, si ésta se aumentaba se producía una transición a flujo convectivo ‘hacia arriba’. Además, se observó que, al ser el modo convectivo ‘hacia arriba’ más estable que el ‘hacia abajo’, se podían formar varios rollos de convección. En la figura 1.17, donde se muestran los modos estables para diferentes valores de aceleración ( $\Gamma$ ) y altura ( $H$ ), se puede apreciar que el paso de un número de rollos a otro es histerético, mientras que el cambio de régimen convectivo apenas lo es.

En este mismo experimento, cuando se usaban bolas de vidrio de tamaño mayor a 0.78 mm se observó que la transición entre el modo de convección ‘hacia abajo’ y ‘hacia arriba’ no se daba directamente, sino que aparecía un estado caótico entre uno y otro. Este estado caótico, que luego se ha visto en otros experimentos similares, se caracteriza por una gran cantidad de bolas de vidrio saltando en la superficie y por el ruido que emite la capa de granular vibrando. Este ruido, que es significativamente mayor en el estado caótico que en otros estados, sugiere que una buena porción de la energía suministrada por vibración es disipada a través de movimientos aleatorios de las partículas.

<sup>1</sup>Por convención se toman como referencia las paredes a la hora de dar un nombre a cada uno de los tipos de convección. Así, se denominará convección ‘hacia abajo’ cuando las partículas desciendan por las paredes y asciendan por el centro, y convección ‘hacia arriba’ cuando las partículas asciendan por las paredes y desciendan por el centro.

# Capítulo 2

## Sistema experimental

El experimento que se ha realizado consiste en someter un medio granular a una vibración vertical. Para ello, se introducen bolas de vidrio en un recipiente del mismo material al que se le suministra una vibración sinusoidal a través de un vibrador. La aceleración del recipiente se mide con un acelerómetro. En la figura 2.1 se muestra un esquema y una fotografía general del sistema experimental. Para hallar las velocidades de las bolas de vidrio se usa un sistema de adquisición de imágenes que posteriormente son tratadas con MATLAB. En este capítulo se detallarán cada uno de los componentes y las operaciones mencionadas.

### 2.1 Medio granular y recipiente

En los experimentos realizados se han utilizado bolas de vidrio de  $0.5 \pm 0.1$  mm de diámetro. En ocasiones, y con el objetivo de comprobar la influencia de su tamaño en el movimiento de convección, se usaron bolas de otro diámetro:  $2.0 \pm 0.1$  mm,  $1.0 \pm 0.2$  mm,  $0.7 \pm 0.1$  mm,  $0.335 \pm 0.085$  mm y  $0.24 \pm 0.06$  mm. En todos los casos el error viene determinado por la dispersión de tamaños que tienen las esferas.

Se escogió el vidrio debido a que su coeficiente de restitución (0.95) es lo suficientemente elevado como para que no se disipe mucha energía en los choques y se produzca el movimiento de convección. Frente a otros materiales con igual o mayor coeficiente de restitución, tiene la ventaja de ser relativamente sencillo de adquirir en el mercado en forma de esferas de diferentes tamaños.

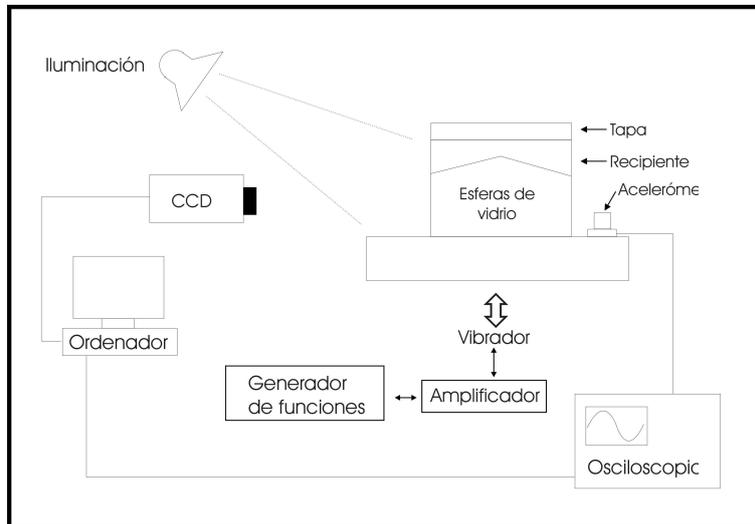
Las bolas son casi esféricas (figura 2.2a) aunque presentan ciertas irregularidades debido al modo en que se fabrican o a golpes que sufren durante su transporte (figura 2.2b). Esto parece no tener mucha importancia, puesto que los comportamientos que hemos observado en los experimentos se dan también con arena de playa, cuyos granos –además de ser muy dispersos en tamaño– no son esféricos.

En los experimentos, se ha estudiado cómo afecta al movimiento de convección la cantidad de medio granular depositada en el recipiente. El rango de alturas de capa granular exploradas ha sido  $20 < N < 70$ , siendo  $N$  la altura de la capa normalizada con el diámetro de una bola.

El recipiente utilizado es cilíndrico, de 52 mm de diámetro y 50 mm de altura, aunque nunca se ha llenado completamente. En los primeros experimentos, la base



a)



b)

Figura 2.1: a) Fotografía y b) esquema general del sistema experimental.

del recipiente era de aluminio y la pared lateral y la tapa de policarbonato. Con el fin de evitar efectos electrostáticos se rociaba el recipiente con un spray antiestático, y cuando las esferas ya habían sido utilizadas durante mucho tiempo se cambiaban por otras nuevas.

Posteriormente, viendo que el policarbonato de las paredes del recipiente se cargaba electrostáticamente en poco tiempo debido al rozamiento con las bolas de vidrio, se optó por usar un recipiente de las mismas dimensiones que el anterior pero con las paredes, base y tapa de vidrio. El contacto entre bolas y paredes del mismo material hace que los efectos de la carga electrostática tarden más en aparecer. Con este recipiente no se usó el spray antiestático ya que dejaba algunos restos en el fondo que dificultaban la medición de las velocidades en esta zona. De todos modos, con ambos tipos de recipiente los resultados obtenidos fueron idénticos.

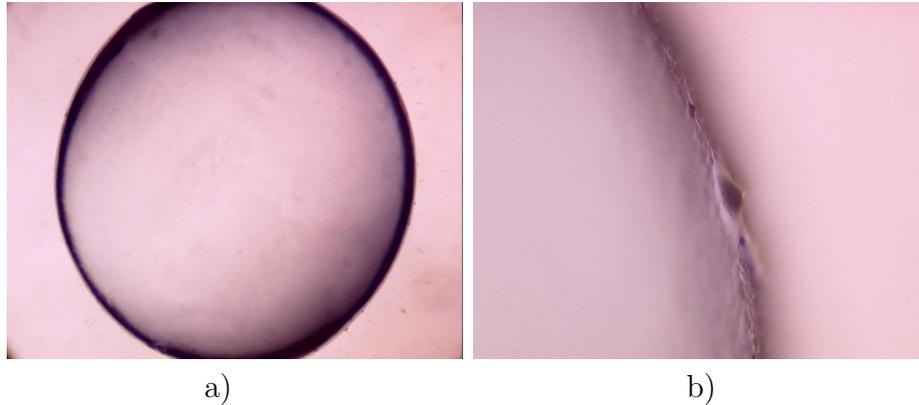


Figura 2.2: a) Foto de una esfera de 3 mm de diámetro tomada con microscopio electrónico. b) Detalle de uno de los defectos encontrados en una esfera.

## 2.2 Vibrador electromagnético y acelerómetros

El recipiente con el material granular en su interior se sujeta por la base a un vibrador electromagnético (TiraVib 52110). Este aparato es capaz de suministrar una vibración al recipiente con una distorsión menor del 1 % y una aceleración transversal residual de menos de 0,05  $g$ .

Mediante un generador de funciones se genera una onda sinusoidal que, tras ser amplificada, llega al vibrador. Los parámetros que se pueden medir directamente son la frecuencia y la aceleración. En la mayoría de los experimentos la frecuencia es fija (110 Hz) y se varía la aceleración cambiando la amplitud de la vibración.

La frecuencia que se puede obtener con el vibrador va desde 2 hasta 5000 Hz. La aceleración máxima que se puede alcanzar con los 500 gramos aproximadamente que pesa el montaje, está entre 10 y 12  $g$ .

La aceleración a la que está sometida el recipiente se mide mediante 2 acelerómetros. Para medir la aceleración vertical se usó un acelerómetro Endevco modelo 256-100, con sensibilidad nominal de 100  $mV/g$  y respuesta plana en frecuencia en el rango utilizado. Este acelerómetro se fijó al vibrador verticalmente en la parte externa del recipiente con el fin de no alterar el movimiento del medio granular (ver figura 2.1). Para ello se usó cianocrilato (*Loctite*) que al ser un pegamento muy rígido no distorsiona la medición de la aceleración.

Para asegurarnos de que no hay una aceleración residual transversal significativa se usó un acelerómetro Deltatron 4503 de Brüel & Kjaer cuya sensibilidad es de 0,92  $mV/ms^{-2}$ , o sea, 9,02  $mV/g$ . Al igual que el otro acelerómetro, también se fijó con cianocrilato, aunque en este caso se pegó, horizontalmente, al lateral de la base del recipiente.

Es de gran importancia la nivelación de todo el montaje para asegurarnos que la aceleración se ejerza únicamente en dirección vertical. Antes de cada experimento se niveló la celda con una precisión de  $\pm 0.2^\circ$ .

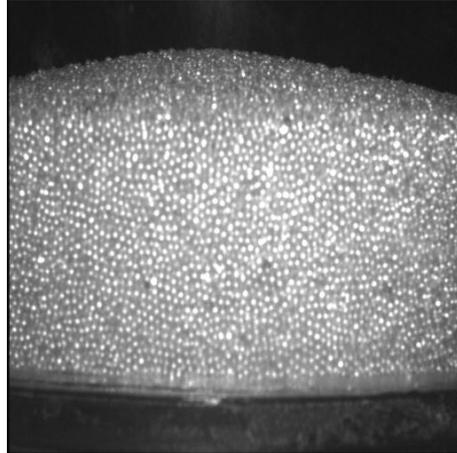


Figura 2.3: Fotografía en la cual se observan las esferas de vidrio cercanas a las paredes del recipiente: al iluminarlas, devuelven un punto de luz.

## 2.3 Sistema de adquisición de imágenes

Se usa un sistema de adquisición de imágenes mediante el cual se podrá medir la velocidad de las partículas que estén en las paredes del recipiente. Bajo una iluminación adecuada las esferas reflejan un punto brillante, como se muestra en la figura 2.3. Cuando las esferas se mueven, basta con seguir los puntos brillantes para conocer su velocidad.

Para obtener una imagen así, en general, es necesario iluminar las partículas con un ángulo y se deben tomar algunas precauciones:

- Se debe encontrar el enfoque óptimo para que dos esferas que se están tocando, no aparezcan en la imagen como un solo punto brillante.
- La iluminación debe ser la adecuada para que se diferencien bien las esferas de los espacios huecos.
- También es muy importante escoger bien el umbral de grises con el que se toma la imagen.

Una vez obtenidas las imágenes, en nuestro caso, se han utilizado 2 métodos diferentes para hallar las velocidades de las bolitas:

- Diagrama espacio-temporal.
- PIV (“particle image velocimetry”)

### 2.3.1 Diagrama espacio-temporal

Con una cámara de vídeo estándar CCD (‘charge coupled device’) como la que se muestra en la figura 2.1 se registran las imágenes que pueden ser tratadas al momento o grabadas en un vídeo (VCR) comercial para su posterior tratamiento.

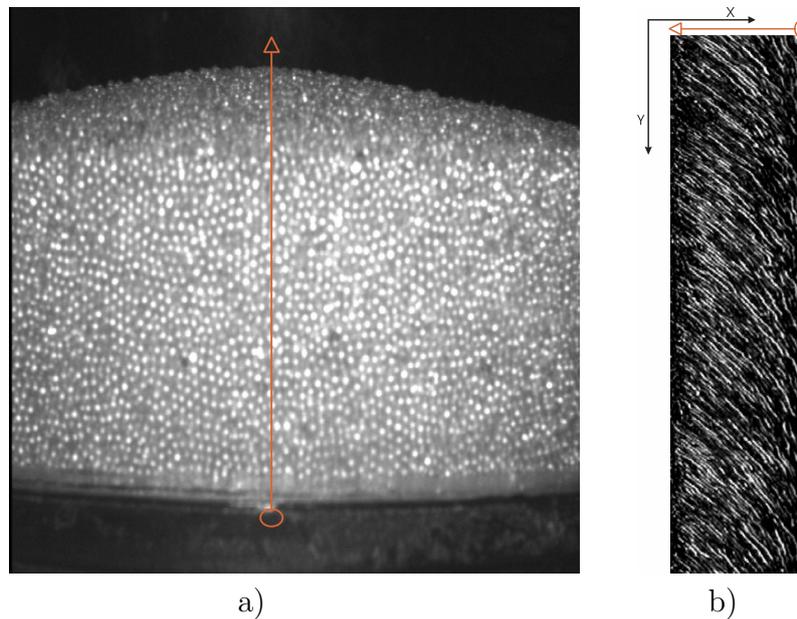


Figura 2.4: a) En rojo, la línea de pixels que se toma a intervalos de tiempo regulares. b) Diagrama espacio-temporal que se construye colocando una debajo de otra las líneas de pixels tomadas de la imagen a. De este modo, en el eje  $y$  se representa el tiempo y en el  $x$  se representa el espacio. En la capa de granular  $x$  va de arriba a abajo ( $x = 0$  en la superficie) y el espacio total es la altura de la capa granular.

De estas imágenes se saca un diagrama espacio-temporal, que consiste en tomar de toda la imagen una sola línea vertical de pixels a intervalos de tiempo regulares (figura 2.4a). Estas líneas se apilan horizontalmente una debajo de otra, formando una imagen donde el eje de las abscisas es el espacio y el de las ordenadas es el tiempo (figura 2.4b).

Como en principio en las proximidades de las paredes las partículas se desplazan únicamente en la dirección vertical (hacia abajo), una partícula se debería mover a lo largo de la línea de pixels sin salirse de ella, dejando una traza brillante cuyo ángulo es proporcional a la velocidad. En ocasiones, esto no ocurre así, puesto que las esferas se van acomodando y se mueven ligeramente a izquierda y derecha, con lo que se salen de la línea de pixels y dejan en el diagrama espacio-temporal una traza de menor longitud. De hecho, ésta es la limitación más importante de este método, ya que en ocasiones las partículas se mueven no sólo en la dirección vertical sino también en la dirección azimutal, con lo que no se puede hallar su velocidad.

Además de las precauciones mencionadas anteriormente, cuando se obtienen las velocidades mediante un diagrama espacio-temporal es necesario escoger un tiempo de espera adecuado entre la toma de una línea de pixels y la siguiente para que el ángulo de las trazas sea lo más cercano posible a 45 grados. De este modo al hallar la velocidad de las partículas mediante la medición de este ángulo, se cometerá un error mucho menor que si el ángulo está cercano a 0 ó 90 grados.

### 2.3.2 PIV (‘Particle Image Velocimetry’)

Para la obtención de las velocidades de las partículas mediante este método es necesario usar una cámara de vídeo rápida. En nuestro caso usamos una JAI CV-M40 con la que se han llegado a obtener y guardar en el ordenador 120 imágenes por segundo. Si el espacio que recorren las esferas en el tiempo que transcurre entre que se toma una imagen y la siguiente es menor que su diámetro, es posible, mediante tratamiento de imágenes, conocer el espacio recorrido por cada partícula en dicho intervalo de tiempo y por lo tanto el campo de velocidades de las partículas.

Mediante este método se evita el problema de que las partículas se salgan de la línea de pixels que teníamos cuando usábamos el diagrama espacio-temporal. Sin embargo, en PIV el análisis de las imágenes es más complicado, la obtención de las velocidades de las partículas se hace más costosa y por lo tanto la estadística se obtiene a partir de un menor número de datos.

La principal limitación de obtener las velocidades de las partículas mediante este sistema es que es imposible medir la velocidad a la que las partículas se están introduciendo en el seno del medio granular. Esto se ha coseguido en algunos trabajos en los cuales se usaba PEPT (*positron emission particle tracking*) [Wildman *et al.*, 2001] ó MRI (*Magnetic Resonance Imaging*) [Ehrich *et al.*, 1995]. Sin embargo, mediante estas sofisticadas técnicas no es posible obtener la gran cantidad de datos que se han recogido con el sistema de adquisición de imágenes empleado en este trabajo.

## 2.4 Análisis de los resultados

El modo en que se obtienen las velocidades depende del método mediante el cual se adquieren de las imágenes.

### Diagrama espacio-temporal

Para obtener la velocidad de las partículas en función de la profundidad, lo primero que se hace es separar unas trazas de otras. Para ello, se selecciona un umbral de gris adecuado y se aplican algunos filtros y otras herramientas del ‘SDC Morphology Toolbox’. Hay que tener mucho cuidado con los filtros para no cometer un error sistemático en la medición de velocidades. Para ajustar mejor los parámetros, antes que nada se estima el ángulo medio de las trazas usando la transformada de Fourier. Una vez tenemos las trazas separadas, se etiqueta cada una asignándole un número (figura 2.5).

A continuación, para cada una de las trazas mediremos la pendiente en cada valor de  $x$ . Multiplicando la pendiente por un factor de escala se halla la velocidad. El factor de escala depende de dos parámetros:

- El tiempo que transcurre entre la toma de dos líneas consecutivas de pixels.
- La longitud que abarca cada pixel. Se halla grabando una referencia de dimensiones conocidas, con la cámara en la misma posición en la que se han tomado las imágenes.

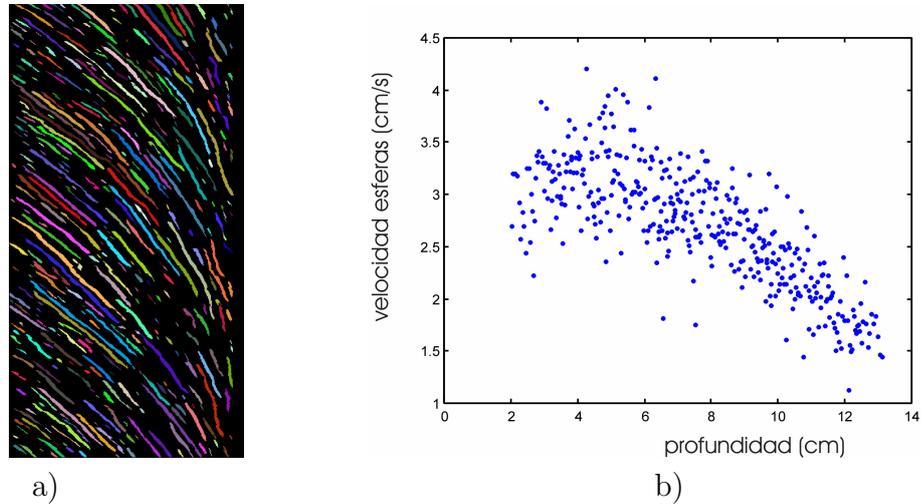


Figura 2.5: a) Diagrama espacio-temporal con las trazas separadas unas de otras y numeradas. Cada color indica una traza separada y numerada. b) Los puntos azules representan las velocidades de las partículas en función de la profundidad a la que se encuentran, ( $x$ ), obtenidas a partir de un diagrama espacio-temporal.

Una vez hallados los valores de la velocidad instantánea de cada una de las partículas, se hace la media de todos ellos para cada línea de pixels y se obtiene la velocidad instantánea en función de la profundidad (figura 2.5b).

### PIV ('Particle Image Velocimetry')

Cuando se tiene una sucesión de imágenes como la que se muestra en la figura 2.3 obtenidas a intervalos de tiempo lo suficientemente cortos como para que ninguna partícula se haya movido más de su diámetro entre imagen e imagen, se puede seguir una partícula de una imagen a otra -puesto que estarán superpuestas en parte- y midiendo su posición, se obtiene el espacio recorrido en ese tiempo. Para ello lo que se hace es identificar en cada imagen las esferas y guardar en un archivo todos los puntos de luz y el centro de cada uno de ellos. A continuación se coge la imagen siguiente, se realiza la misma operación y se buscan aquellas esferas que se superpongan en ambas imágenes (ver figura 2.6). Midiendo el espacio que se han desplazado los centros de los puntos y el tiempo que ha transcurrido entre la toma de ambas imágenes, se conoce la velocidad instantánea de cada partícula. Si esto se repite para muchas imágenes, se puede hallar el campo medio de velocidades de las esferas en cualquiera de las paredes de la celda.

## 2.5 Velocidades en la superficie y en la base de la celda

Cuando en lugar de medir las velocidades en el lateral de la celda, se quieren medir en su superficie, se usa un espejo a 45 grados que proyecta la imagen de la superficie sobre la cámara, como se muestra en la figura 2.7a. De este modo no tenemos que

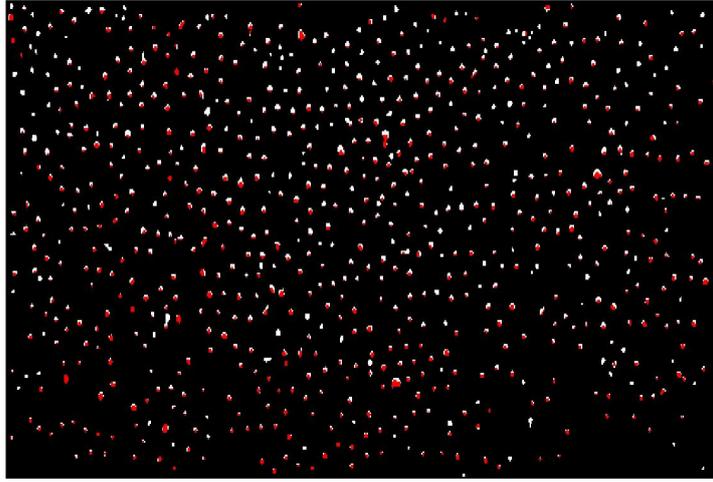


Figura 2.6: Representación de dos imágenes consecutivas. Las partículas captadas en la primera imagen se representan en color blanco y las de la siguiente imagen en color rojo. Se puede observar cómo el desplazamiento de las esferas de una imagen a otra es menor que un diámetro y por lo tanto se puede medir su velocidad.

poner la cámara perpendicular a la superficie, evitando así problemas de enfoque e iluminación.

Para medir las velocidades de las partículas en la base de la celda se ha usado un cubo hueco, que por un lado se sujetaba al vibrador y por el otro se pegaba a los extremos de la base de vidrio del recipiente. De esta forma, si se coloca en el interior del cubo un espejo a 45 grados como se muestra en la figura 2.7b, es posible observar –del mismo modo que se hacía con la superficie– las partículas de la base. De todos modos, este sistema para medir el movimiento de las partículas en la base debe ser mejorado ya que para aceleraciones elevadas se origina una resonancia de la que se hablará más adelante.



a)



b)

Figura 2.7: Fotografía del montaje experimental para medir las velocidades de las partículas a) en la superficie y b) en la base de la capa granular.



# Capítulo 3

## Resultados

En este capítulo se explicarán los factores que pueden afectar al movimiento de convección y los que nosotros controlamos. Posteriormente se hará un breve resumen de las principales estructuras que aparecen en función de dichos parámetros. Finalmente, se estudiará una de ellas con mayor detalle: el movimiento de las partículas formando un solo rollo convectivo toroidal.

### 3.1 Factores que afectan al movimiento de convección.

Hay muchos factores que pueden afectar al movimiento de convección de un medio granular:

- **Propiedades de la celda:** los factores geométricos (forma de la celda y tamaño de ésta respecto al de las partículas) influyen significativamente en el tipo de convección. En este trabajo, el recipiente usado es cilíndrico con un diámetro de 52 mm. Su altura es de 50 mm aunque nunca se ha llenado por completo.

Aunque el material de la celda también es un parámetro que puede afectar al movimiento convectivo, en nuestro experimento no se ha observado ninguna diferencia entre el policarbonato y el vidrio.

- **Propiedades del medio granular:** hay que tener en cuenta el tamaño de las partículas respecto al de la celda y la cantidad de medio granular introducido en ella.

En general se han empleado esferas de 0.5 mm de diámetro, pero para evaluar la influencia del tamaño de las partículas se han usado esferas de diferentes diámetros. El espesor de la capa granular ( $N$ ) será el parámetro que nos indique la cantidad de medio granular que hay en la celda.

También es importante la dispersión en el tamaño de las partículas y la forma que estas tengan, el coeficiente de restitución del material con el que estén fabricadas y el coeficiente de rozamiento del medio granular. Este coeficiente

de rozamiento no es el mismo que el de la materia prima ya que es mayor por el hecho de ser un medio granular. Para hallarlo se puede usar una celda de Jenike [Jenike *et al.*, 1960].

- **Forzado externo:** la cantidad de energía y el modo en que se suministra es de gran importancia para que se de o no el movimiento de convección. La forma de la onda a través de la que se suministra la energía (cuadrada, diente de sierra, sinusoidal...), la amplitud y la frecuencia de ésta son parámetros a tener en cuenta.

En este trabajo se ha trabajado siempre con una vibración sinusoidal. En una primera etapa se han explorado las diferentes estructuras espaciales que se forman en función de la aceleración y frecuencia. A continuación se fijó la frecuencia de vibración en 110 Hz, controlando la cantidad de energía suministrada a través de la aceleración adimensional  $\Gamma$  –variando la amplitud.

## 3.2 Estructuras espaciales

Al someter el medio granular a vibración, para aceleraciones menores que la gravedad ( $\Gamma < 1$ )<sup>1</sup>, éste no presenta movimiento respecto a la celda que lo contiene. Sin embargo, para  $\Gamma > 1$  y frecuencias mayores que 70 Hz, hemos comprobado que se origina un movimiento de convección en el cual las partículas descienden por las paredes del recipiente. Conforme se aproximan a la base se van metiendo hacia el centro, desde donde ascienden hasta la superficie. Una vez allí, descienden hasta llegar a las paredes para cerrar el flujo. Así se forma un rollo convectivo toroidal que hace que se origine un montículo, bastante acentuado como el que se muestra en las figuras 3.1c y 3.1e. Para valores de frecuencia elevados el vértice del montículo coincide con el centro de la celda (figura 3.1e) mientras que si la frecuencia es cercana a 70 u 80 Hz, se produce una rotura de simetría, como se muestra en la figura 3.1c.

Para un valor de frecuencia fijo, a medida que vamos aumentando  $\Gamma$  (que en nuestro caso, como la frecuencia está fija, significa aumentar la amplitud de la oscilación) la pendiente del montículo va disminuyendo, como se aprecia en las figuras 3.1d y 3.1f. Para valores de  $\Gamma$  que van de 3 a 6, dependiendo del espesor de la capa granular, la pendiente llega casi a desaparecer. Este movimiento de las partículas en el que se forma un solo rollo convectivo toroidal va a ser estudiado en profundidad en las siguientes secciones de este capítulo.

Si continuamos aumentando  $\Gamma$  y sobrepasamos un valor umbral que depende del espesor de la capa granular, se forman 2 rollos convectivos longitudinales en lugar del toro que teníamos anteriormente (figuras 3.1g y 3.1h). Al contrario de lo que sucedía para valores de  $\Gamma$  menores, cualitativamente se observa el mismo tipo de comportamiento independientemente del valor de la frecuencia, siempre que éste sea

<sup>1</sup>Recordar que el parámetro de control,  $\Gamma = A\omega^2/g$ , está definido por otras dos variables, la amplitud y la frecuencia del movimiento. De este modo, cuando se diga que se aumenta o disminuye  $\Gamma$ , en realidad lo que se está modificando es la amplitud ya que para hacer el trabajo de un modo sistemático, se fija la frecuencia y se modifica  $\Gamma$ .

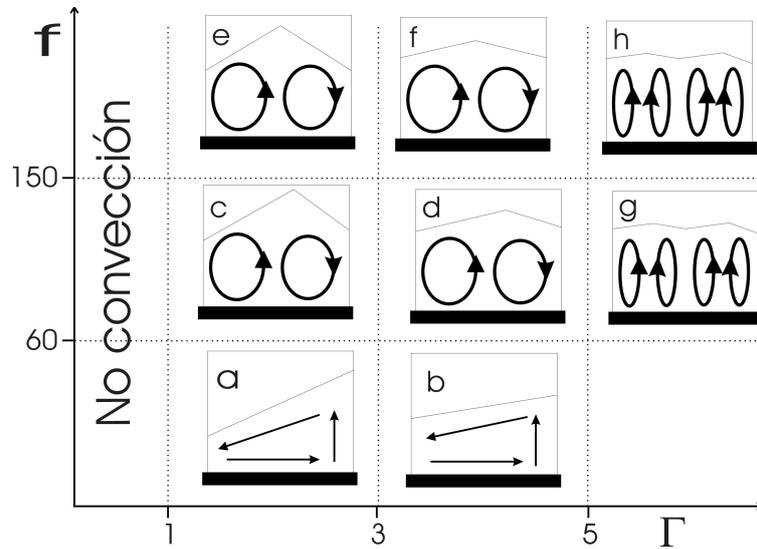


Figura 3.1: Corte transversal de los patrones obtenidos para diferentes valores de frecuencia y aceleración. Mediante las líneas de puntos se delimitan los intervalos aproximados en los que aparece cada estructura. En el eje  $x$  se ha representado  $\Gamma$  en lugar de la Amplitud porque creemos que es un parámetro mucho más significativo.

superior a 70 u 80 Hz. En la figura 3.2 se observa la superficie del material granular con una iluminación lateral donde se puede apreciar que los rollos son longitudinales. Estos dos rollos, cuya orientación parece aleatoria, rompen la simetría circular ya que sus ejes son paralelos a un diámetro de la celda. Hay que subrayar que la media de la velocidad de las partículas en las paredes no es nula, es decir, los rollos están superpuestos a otro movimiento convectivo.

Este fenómeno causa que al medir la velocidad de las partículas en el lateral de la celda se observen máximos y mínimos, como se verá más adelante en la figura 3.6. Sin embargo, nunca hemos llegado a observar que las partículas asciendan por las paredes cuando se da este régimen.

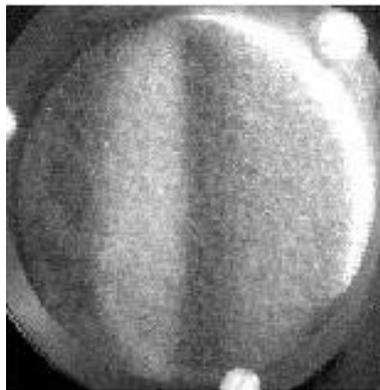


Figura 3.2: Rollos convectivos observados en la superficie del medio granular al someterlo a vibración vertical ( $\Gamma = 6.10$ ,  $N = 20$ )

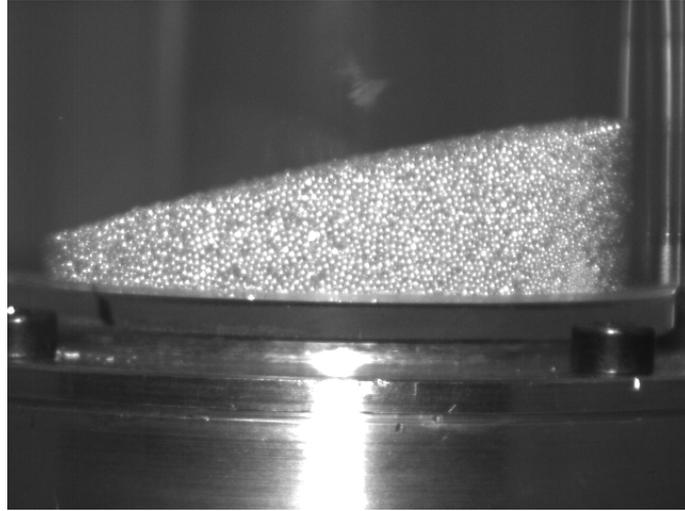


Figura 3.3: Fotografía del medio granular formando un talud.

Además, se ha comprobado que para frecuencias menores que 70 Hz la estructura que se produce es bien diferente. Como se explicó en el capítulo 1.2.1, para estos valores de frecuencias, se origina un único talud en el cual las partículas ascienden por una pared y descienden por la pendiente para, a continuación, fluir por la base y alcanzar el punto inicial (figuras 3.1a y 3.1b). Tal y como ocurría en el caso de un rollo convectivo toroidal, la pendiente del talud también disminuye al aumentar  $\Gamma$ .

En el resto del capítulo se expondrán los resultados obtenidos en el estudio del movimiento de convección cuando se forma un solo rollo toroidal.

### 3.3 Campo de velocidades de las partículas

Como se ha explicado en el capítulo anterior, en el caso en el que se produce un rollo convectivo toroidal, las partículas ascienden por el centro del recipiente, cuando alcanzan la superficie descienden por la pendiente hasta llegar a las paredes. Desde allí descienden hacia la base y conforme se acercan a ésta, se van introduciendo hacia el centro para comenzar un nuevo ciclo.

Para aceleraciones bajas ( $\Gamma < 3$ ) se ha medido, mediante PIV, el campo de velocidades de las partículas en la superficie, en el lateral y en la base (figura 3.4). De este modo hemos comprobado que en la superficie, la velocidad de las partículas es mayor cuando están cerca de las paredes. A su vez, también se observa que en el lateral de la celda la velocidad de las partículas es mayor cerca de la superficie que del fondo. Esto es debido a que, por el propio flujo, las partículas se van introduciendo hacia el interior del recipiente conforme se van acercando a la base. Es decir, a medida que las partículas se acercan a la base, va apareciendo una componente radial de velocidad que no somos capaces de medir con nuestro sistema experimental.

En el fondo de la celda (ver figura 3.4c) sucede lo mismo ya que las partículas, a

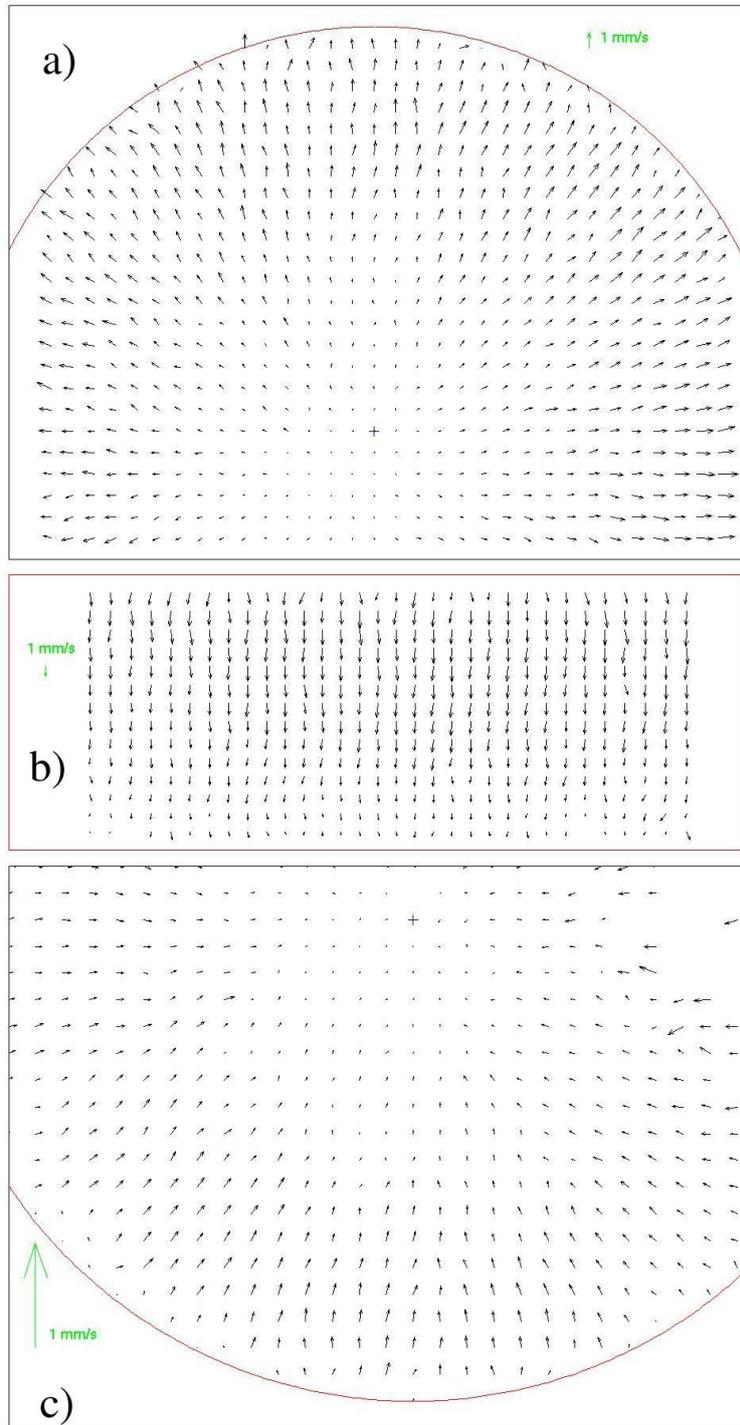


Figura 3.4: Campo medio de velocidades en la celda a) en la superficie, b) en las paredes laterales y c) en la base. En las figuras a) y c) la cruz marca el centro de la celda. Adviértase que las escalas son diferentes.

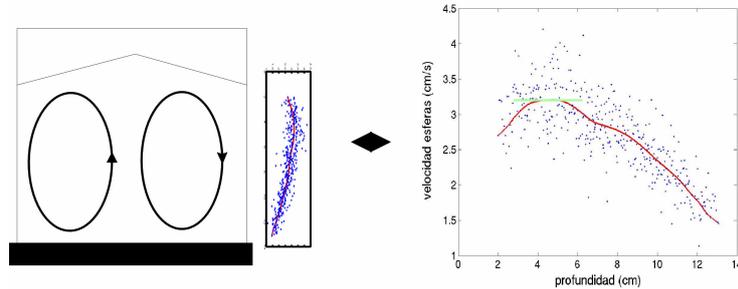


Figura 3.5: Mediante puntos azules se representan las velocidades de las partículas en función de la profundidad a la que se encuentran obtenidas ( $x$ ) a partir de un diagrama espacio-temporal. Con la línea roja se muestra la tendencia de dicha velocidad.

medida que se acercan al centro de la celda, se van introduciendo poco a poco en el seno del medio granular y van perdiendo velocidad radial.

Al medir la velocidad de las partículas en el lateral de la celda mediante diagrama espacio-temporal observamos que su velocidad máxima no se da en la misma superficie sino unos milímetros más abajo (figura 3.5). Esto se debe a que en esta zona las partículas todavía están descendiendo por el talud, con lo que tienen una componente grande de velocidad en la dirección radial. Este perfil de la velocidad de las partículas es siempre el mismo cualitativamente para el caso de un solo rollo convectivo toroidal. Además, en esta figura se aprecia una elevada dispersión en la velocidad de las partículas debida a que éstas, además del movimiento debido al flujo de convección, sufren reacomodamientos que causan importantes incrementos o decrementos de la velocidad.

Por último, cabe destacar que como consecuencia de la formación del rollo convectivo toroidal, y pese a que el talud puede no ser del todo simétrico, las velocidades de las partículas que se obtienen en las paredes laterales de la celda, aunque dependen de la profundidad a la que se midan, son constantes para cualquier ángulo azimutal (figura 3.4b). Esto no ocurre para el caso de dos rollos convectivos (ver sección anterior), donde la velocidad depende del ángulo azimutal, observándose un máximo y un mínimo cada 180 grados.

En la figura 3.6 se muestra la velocidad máxima de las partículas en la pared del recipiente en función del ángulo azimutal para diferentes valores de la aceleración. La obtención de estos datos fue realmente costosa debido a que con la cámara únicamente se puede obtener una región del espacio menor a los 180 grados mostrados. De este modo, se obtuvieron las velocidades de regiones menores y posteriormente se superpusieron.

Para valores de  $\Gamma$  menores que un valor crítico, la velocidad es constante a lo largo del ángulo azimutal (un solo rollo convectivo toroidal), pero para valores mayores (dos rollos convectivos) se observa un máximo y un mínimo en cada mitad del recipiente.

Por todo lo mencionado en este capítulo, para el caso de un solo rollo convectivo

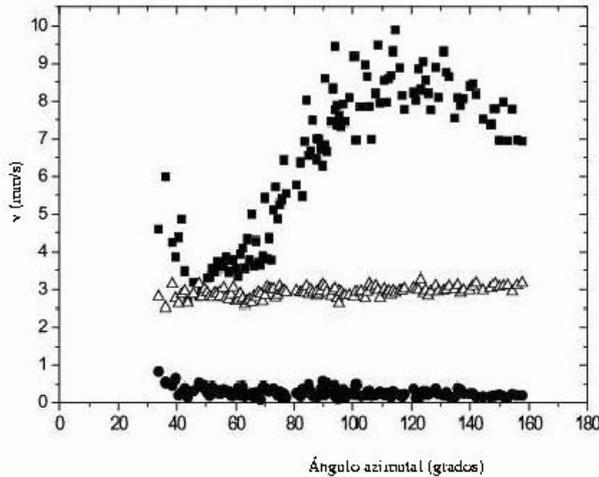


Figura 3.6: Perfiles de velocidad de las partículas en el lateral de la celda para  $N=20$  en función del ángulo azimutal,  $\theta$  para diferentes valores de la aceleración. Círculos,  $\Gamma = 2.01g$ ; triángulos,  $\Gamma = 3.07g$ ; cuadrados,  $\Gamma = 6.10g$ . Por debajo de un valor umbral de la aceleración se genera un único rollo convectivo toroidal con lo que la velocidad es constante para todo  $\theta$ , pero por encima del umbral este rollo se parte en dos.

toroidal, bastará con conocer un valor local de la velocidad de las partículas para caracterizar completamente el movimiento convectivo. Así pues, para analizar la relación existente entre los parámetros a estudiar y la velocidad de las partículas, tomaremos como referencia la meseta de las curvas mostradas en la figura 3.5. A partir de ahora siempre que hablemos de velocidad nos estaremos refiriendo a esta ‘velocidad máxima de las partículas en dirección vertical, cerca de la pared lateral’.

Para comprender mejor la convección por vibración se ha estudiado la dependencia de la velocidad en el lateral de la celda con varios parámetros.

### 3.4 Influencia de algunos parámetros en el movimiento de convección

Aunque, como se ha explicado en el capítulo 3.1, el parámetro de control que vamos a utilizar es  $\Gamma$ , previamente se van a explicar algunos resultados obtenidos acerca de la influencia de otros parámetros en el movimiento de convección.

#### **Influencia de la frecuencia de la vibración.**

Como se explicó en el capítulo 3.2 la frecuencia del movimiento de vibración tiene una gran influencia en la estructura que se forma en el medio granular. Pero además, para el caso de un único rollo convectivo toroidal, la frecuencia de la vibración influye

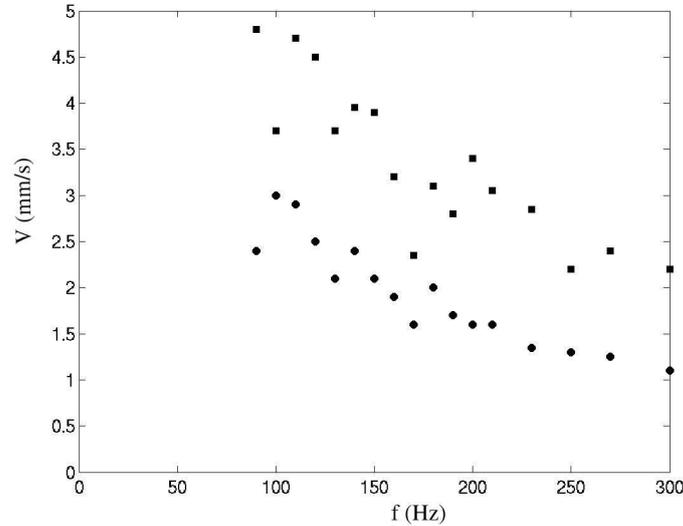


Figura 3.7: Dependencia de la velocidad con la frecuencia. Los círculos corresponden a  $\Gamma = 2.6$  y los cuadrados a  $\Gamma = 4.1$ .

en la velocidad de las partículas. Para evaluar esta influencia, se midió la ‘velocidad máxima de las partículas’ en las paredes de la celda para valores fijos de aceleración modificando la frecuencia.

En la figura 3.7 se representan estas velocidades para frecuencias que van desde 90 hasta 300 Hz. Como puede observarse, el comportamiento es similar para dos valores diferentes de aceleración, produciéndose un descenso en la velocidad máxima de las partículas a medida que se aumenta la frecuencia. Nótese que como se mantiene fija la aceleración, al aumentar la frecuencia disminuye la amplitud del movimiento. Esto puede ser un indicador de que quizá sea la amplitud en lugar de la aceleración el parámetro que gobierne el movimiento de convección, aunque para afirmar esto se requiere un estudio más profundo.

Como puede apreciarse, estos resultados no son del todo clarificadores ya que no se pudieron obtener las velocidades de las esferas para frecuencias menores de 90 Hz. Para esos valores de frecuencia el montículo se vuelve completamente asimétrico, llegando en ocasiones (para frecuencias menores de 60 Hz) a formarse un talud como el que se mostró en la figura (3.3) del capítulo 3.2.

### Convección en vacío.

Como se explicó en el capítulo 1.2.3, algunos autores [Laroche *et al.*, 1989] consideran que la presencia de un gas es la causante de que se dé el movimiento de convección. Sin embargo, parece aceptado que esto no es así y que el gas influye en el movimiento pero únicamente como lubricante [Clément, 2000]. Hemos estudiado el efecto que tiene la supresión del aire que rodea al medio granular aplicando vacío en el interior de la celda.

El dispositivo experimental que se monta es idéntico al del resto de los casos, con la única diferencia de que se hace un agujero en la tapa del recipiente para

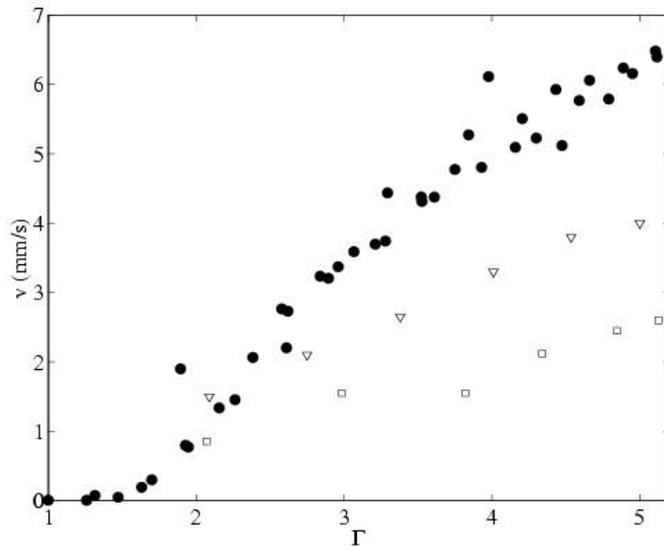


Figura 3.8: La velocidad máxima del medio granular en el lateral de la celda en función de la aceleración para tres valores de la presión del aire. Círculos, presión atmosférica; triángulos, 1 Torr; cuadrados, 30 mTorr.

insertar un tubo por el que hacemos el vacío mediante una bomba. En la figura 3.8 se representa la ‘velocidad máxima de las partículas’ en función de la aceleración para tres valores diferentes de presión de aire. Se puede observar cómo a medida que aumenta el vacío, la velocidad de las partículas disminuye significativamente. Pak *et al.* [1995] estudiaron cómo afectaba la ausencia de gas a la pendiente del montículo. Observaron que disminuía a medida que la presión del aire era menor, encontrando una ley de escala que relacionaba ambos parámetros. En este trabajo, no hemos tratado de reproducir esta ley de escala para las velocidades pero los resultados obtenidos concuerdan con los citados.

**Influencia de la relación entre el diámetro de la celda y el de las esferas.**

Otro de los parámetros que se puede modificar es la relación entre el diámetro de la celda y el diámetro de las esferas. Para ello se ha medido la velocidad de esferas de diferente diámetro al empleado al principio (ver capítulo 2.1). En la figura 3.9 se representan las velocidades máximas de las esferas, en función de su tamaño, para diferentes aceleraciones. También se trató de medir la velocidad de esferas de 2 mm de diámetro pero no se pudo debido a que, para los valores de aceleración que son alcanzables con nuestro vibrador electromagnético, no se producía el movimiento de convección. Para esferas de 1 mm de diámetro, existe un breve periodo de tiempo en el cual las esferas conveccionan cada vez a menor velocidad hasta que finalmente se paran. Este comportamiento lo hemos atribuido a que, para relaciones de aspecto pequeñas, las partículas se van compactando con la vibración, disminuyendo así su velocidad.

En este trabajo no se han utilizado esferas de menor tamaño que 0.24 mm de diámetro porque para partículas menores nos acercamos a lo que se considera ‘polvo’. El polvo es un medio granular cohesivo en cuyo comportamiento influyen otros

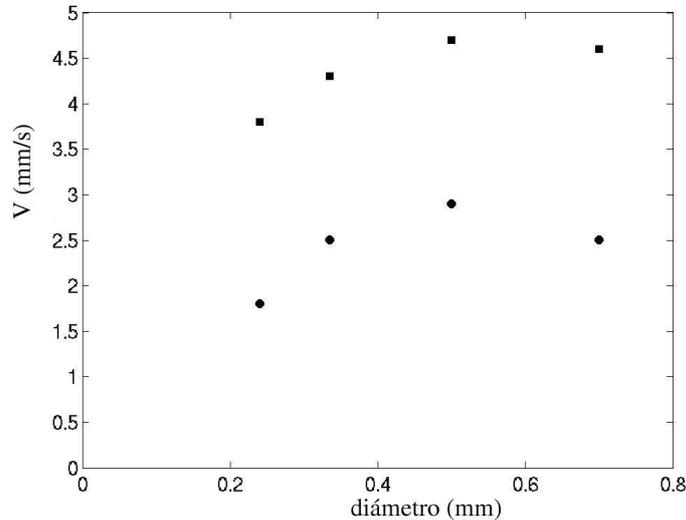


Figura 3.9: Velocidad en el lateral de la celda para partículas de diferentes diámetros manteniendo constante el espesor de capa granular. Los círculos corresponden a  $\Gamma = 2.6$  y los cuadrados a  $\Gamma = 4.1$ .

aspectos, como la carga electrostática, que son despreciables para tamaños de partículas mayores.

Como trabajo futuro queda el estudio del cambio de la relación entre el diámetro de la celda y el de las esferas variando el tamaño de la celda. Por el momento no se ha podido realizar por problemas técnicos.

### 3.5 Velocidad en función de $\Gamma$

Como se ha mencionado anteriormente, la velocidad en función de la profundidad ( $x$ ) tiene la misma forma cualitativa para todos los valores de  $\Gamma$  en los que se da la estructura convectiva toroidal. Cuantitativamente, sin embargo, la velocidad aumenta con  $\Gamma$  (figura 3.10).

Esta dependencia se muestra en la figura 3.11a, en la que se representa la velocidad para diferentes valores de aceleración. Cuando  $\Gamma$  es mayor que 1 comienza el movimiento de convección. La forma de la gráfica, donde se aprecia que a partir de un  $\Gamma$  crítico la velocidad crece linealmente con la aceleración, parece indicar que la transición a la convección se da a través de una bifurcación transcítica. Sin embargo, esta transición es imperfecta ya que no se produce de una manera brusca. De este modo, aunque la tendencia de la recta ajustada nos indica que el valor de  $\Gamma$  crítico debe estar cercano a 1.5, se han realizado mediciones para  $\Gamma$  menores en las que se aprecian valores de velocidad que, aunque muy pequeños, son siempre distintos de 0. El hecho de que la bifurcación transcítica sea imperfecta creemos que puede deberse a las inhomogeneidades del sistema y al tamaño finito del mismo.

En la figura 3.11b también se observa que para un valor en torno a  $\Gamma = 3$  cambia la pendiente de la recta, que se hace mucho menor. Este comportamiento se repite

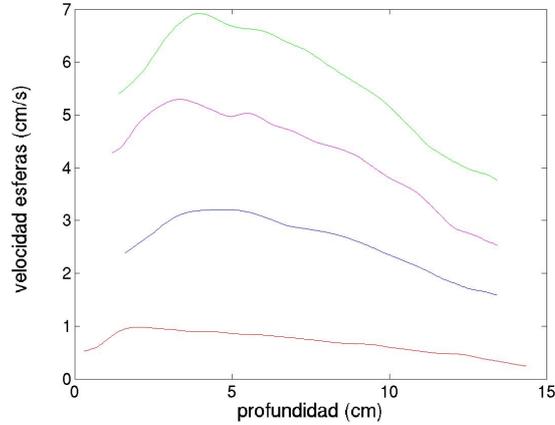


Figura 3.10: Velocidad de las esferas en función de la profundidad ( $x$ ). La forma de las curvas es similar para diferentes valores de  $\Gamma$ ; pero la velocidad aumenta con la aceleración.

para diferentes espesores de la capa granular.

Los datos representados en la figura 3.11 han sido obtenidos tanto aumentando la aceleración como disminuyéndola, no observándose histéresis en ningún caso.

#### Aceleración instantánea.

Para controlar la aceleración a la que se está produciendo la vibración se usa la señal que se obtiene mediante el acelerómetro. Pero a su vez esta señal, que nos muestra la aceleración instantánea del recipiente en todo momento, nos da información acerca del tiempo de vuelo de las partículas y del momento en el que contactan con la base de la celda. En nuestros experimentos se ha observado que el impacto se produce siempre cuando la aceleración está decreciendo, es decir, cuando la velocidad de la celda es hacia arriba (positiva). Cuando la aceleración suministrada a la celda es pequeña (menor de 4g) el impacto de las partículas se produce en el mismo lugar para todos los ciclos (figura 3.12a). Sin embargo, para valores de  $\Gamma$  mayores de 4, el momento del impacto se repite sólo cada dos ciclos (figura 3.12b). Es posible que el cambio en el momento de choque de las partículas sea el causante del cambio de pendiente observado en la figura 3.11b o del origen de los dos rollos de los que se habló en el capítulo 3.2. Este es un trabajo que se va a continuar en el futuro.

### 3.6 Velocidad en función de los parámetros externos

Si como afirman algunos autores [Clément *et al.*, 1992] [Ehrich *et al.*, 1995] [Knight, 1997], el efecto de las paredes es el causante principal del movimiento de convección, debería existir alguna relación entre su velocidad y la del medio granular en sus cercanías. Por este motivo la velocidad máxima de las esferas en las paredes se ha normalizado con la velocidad máxima de las paredes,  $V_{max} = A\omega$ . Si representamos

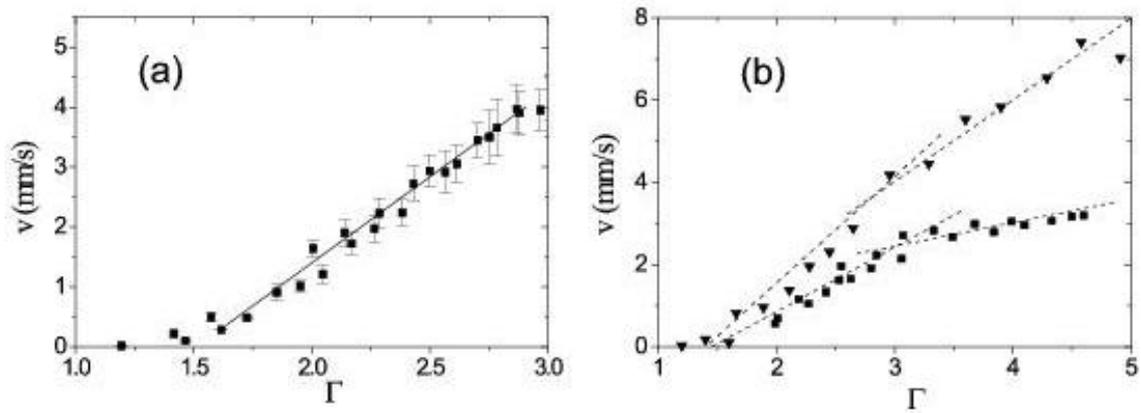


Figura 3.11: Velocidad de las partículas en función de la aceleración. En la figura a), obtenida para  $N=80/3$ , parece que se observa una transición transcítica imperfecta y un crecimiento lineal de la velocidad (línea continua). En la figura b), triángulos,  $N=20$ ; cuadrados,  $N=40$ , se observa el cambio de pendiente en torno a  $\Gamma = 3$ . Los ajustes son solamente guías para ver la tendencia de la curva.

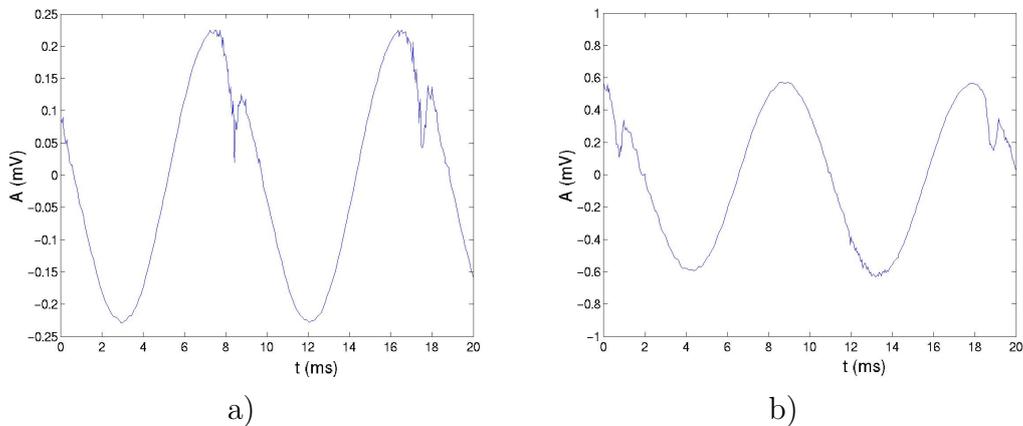


Figura 3.12: Señal obtenida en el acelerómetro con una capa granular de  $N = 100/3$  para a)  $\Gamma = 2,35$  y b)  $\Gamma = 5,7$ .

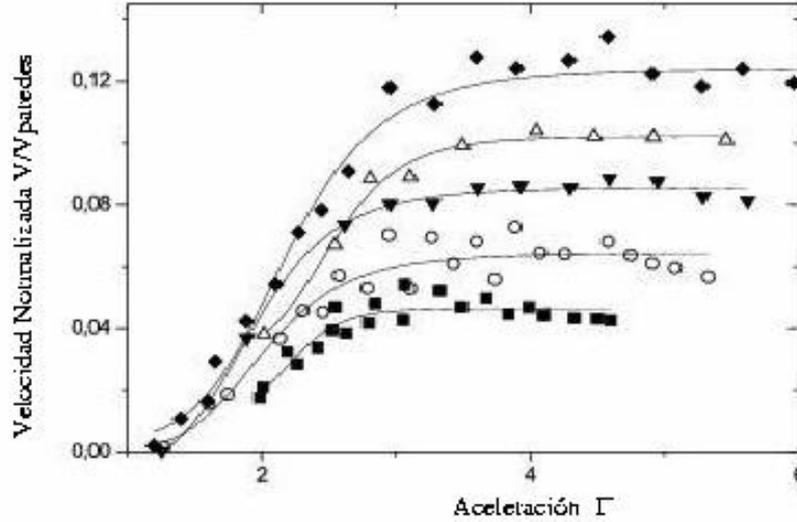


Figura 3.13: Velocidad normalizada ( $v_{esferas}/v_{paredes}$ ) en función de  $\Gamma$ . Cuadrados,  $N=20$ ; círculos,  $N=80/3$ ; triángulos hacia abajo,  $N=100/3$ ; triángulos hacia arriba,  $N=40$ ; diamantes,  $N=140/3$ . Los ajustes son para ver la tendencia de las curvas.

esta velocidad normalizada en función de  $\Gamma$  obtenemos la figura 3.13. En esta figura se puede observar claramente el cambio en la pendiente de la curva cerca de  $\Gamma = 3$ . Además, para todas las series se observa el mismo comportamiento: la velocidad de las partículas normalizada con la de las paredes ( $V_{nor}$ ) crece al aumentar la aceleración hasta que para  $\Gamma \approx 3$ , valor que depende ligeramente de  $N$ , satura.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es la relación existente entre la velocidad de las esferas con el espesor de la capa de granular ya que, como se observó en las figuras 3.11b y 3.13, la velocidad de las partículas es mayor cuanto mayor es el espesor de la capa granular. Por este motivo dividimos la velocidad normalizada de las partículas ( $V_{nor}$ ) por  $N$ :

$$V_r = \frac{V_{nor}}{N} = \frac{v_{esferas}}{v_{paredes}N} \quad (3.1)$$

Al representar  $V_r$  frente a  $\Gamma$  las diferentes curvas que aparecían en la figura 3.13 colapsan en una sola (figura 3.14), lo cual indica que la velocidad normalizada es directamente proporcional a  $N$  [Garcimartín *et al.*, 2002].

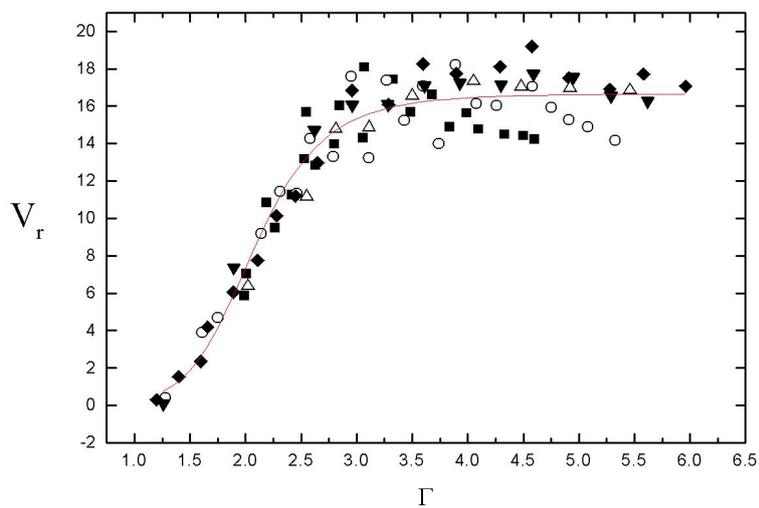


Figura 3.14:  $V_r$  en función de  $\Gamma$ . Cuadrados,  $N=20$ ; círculos,  $N=80/3$ ; triángulos hacia abajo,  $N=100/3$ ; triángulos hacia arriba,  $N=40$ ; diamantes,  $N=140/3$ . Los ajustes son para ver la tendencia de las curvas.)

# Capítulo 4

## Conclusiones

Se han adelantando ya algunas conclusiones parciales que se explicarán en este capítulo. Además, se propondrán algunas líneas de investigación futuras que han surgido a partir de la realización de este trabajo.

En primer lugar se comprobaron las estructuras que se forman en un medio granular vibrado verticalmente en función de la aceleración y la frecuencia suministradas a la celda. Así, se observó que para frecuencias menores de 70 Hz, el movimiento convectivo da lugar a un talud. Si se aumenta un poco la frecuencia, se obtiene un rollo convectivo toroidal cuyo centro no coincide con el de la celda. Para frecuencias mayores de 150 Hz, la estructura se vuelve completamente simétrica y ambos centros coinciden. También se observó que al aumentar la aceleración suministrada (manteniendo  $f$  constante) por encima de un cierto umbral, en lugar de un solo rollo toroidal se originaban dos rollos longitudinales. De todas las estructuras encontradas se ha estudiado con mayor detalle el rollo convectivo toroidal.

Como se mostró en el capítulo 3.1 existen numerosos parámetros que afectan al movimiento convectivo. En este trabajo se ha comprobado la influencia de algunos de ellos:

**Frecuencia de la vibración.** Se ha mostrado cómo, manteniendo  $\Gamma$  constante, la velocidad máxima de las esferas desciende a medida que se aumenta la frecuencia. Claramente, esto puede deberse a que el parámetro de control relevante sea la amplitud de la oscilación en lugar de la aceleración. Por ello, uno de los trabajos a realizar en el futuro es medir la dependencia de la velocidad con la frecuencia, manteniendo  $A$  constante.

**Diámetro de las partículas.** También se ha tratado de medir la relación entre la velocidad de las partículas y su diámetro. Aunque no se ha encontrado una relación clara entre estos parámetros, en nuestro caso, la velocidad máxima se obtiene para partículas de 0.5 mm de diámetro. Esto parece ser debido a que si las partículas son mayores se empaquetan rápidamente, disminuyendo así la velocidad. Si son menores, otros efectos –como la carga electrostática o la humedad– pueden causar que la velocidad sea menor.

**Gas circundante.** Como se vió en la sección 3.1, cuanto menor es la presión en el interior de la celda menor es la velocidad de los granos, lo cual es consistente con la suposición de que el aire actúe de lubricante.

#### **Movimiento de convección en función de la aceleración.**

Se ha comprobado que para el caso de un rollo convectivo toroidal, cuando se aumenta  $\Gamma$ , crece la velocidad con la que se mueven las partículas. El estudio de la velocidad máxima de las partículas en las paredes parece revelarnos que la transición al estado convectivo se da a través de una bifurcación transcítica imperfecta. Una vez se origina la convección, se ha observado que la velocidad es directamente proporcional a la aceleración. Sin embargo, existen dos regímenes bien distintos. Para  $\Gamma < 3$  la constante de proporcionalidad tiene un valor y para  $\Gamma > 3$  tiene otro.

Hemos mostrado que la velocidad normalizada depende directamente del tamaño de la capa granular. Esto puede verse claramente ya que al dividir la velocidad por  $N$  todas las curvas colapsan en una sola.

Se ha medido también la velocidad en el caso en el que aparecen dos rollos longitudinales, observándose una fuerte dependencia de ésta con el ángulo azimutal.

De entre las muchas opciones para la continuación de la investigación, uno de los próximos trabajos a realizar es el estudio del movimiento de las partículas durante un solo periodo del movimiento vibratorio. Así, se podrá comprobar si el movimiento de las esferas se produce de una forma continua o sólo durante una parte de la oscilación. Este estudio permitirá también comprobar cómo cambia el comportamiento de las partículas cuando el impacto no se produce en el mismo momento para ciclos consecutivos.

Se debe estudiar también cómo afecta al movimiento de las partículas la variación del diámetro del recipiente. Hasta ahora esto no se ha podido hacer debido a que para  $N$  suficientemente elevado como para que no se trate de una capa fina de granular, es necesario trabajar con gran cantidad de partículas. Éstas producen mucho ruido en la señal del acelerómetro, con lo que es muy difícil medir la aceleración.

Otro de los aspectos que cabe mejorar es el estudio de la velocidad de las partículas en la base y superficie de la celda, en función de la aceleración suministrada. Hasta ahora esto no se ha podido realizar debido a que en la superficie las partículas no se encuentran tan compactadas como en el interior del recipiente. Por ello, para aceleraciones altas saltan de un lado para otro y medir el flujo medio es imposible con nuestro sistema experimental actual.

Para medir la velocidad de las partículas en la base se requiere un sistema experimental diferente, que introduce una resonancia cuando la aceleración es alta. Esta resonancia hace que se pierda energía y que la velocidad de las partículas no sea equivalente para ambos sistemas experimentales.

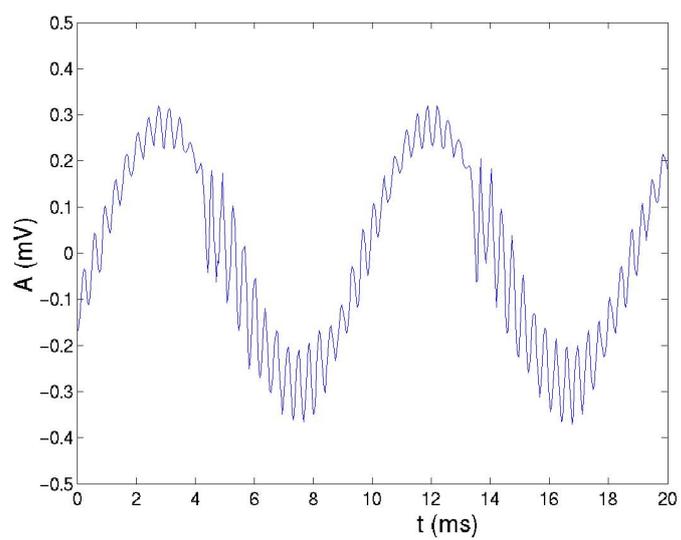


Figura 4.1: Resonancia observada en la señal del acelerómetro para aceleraciones elevadas ( $\Gamma > 2.5$ ).



# Bibliografía

- Aoki, K.M., Akiyama, T., Maki, Y., & Watanabe, T. [1996] “Convective Roll Patterns in Vertically Vibrated Beds of Granules.” *Phys. Rev. E* **54**, 874.
- Clément, E., Durand, J., & Racjchenbach, J. [1992] “Experimental Study of Heaping in a Two-Dimensional ”Sandpile”.” *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1189.
- Clément, E., Rajchenbach, J., & Duran, J. [1995] “Mixing of a granular material in a bidimensional rotating drum.” *Europhys. Lett.* **30**, 7.
- Clément, Eric [2000] *Comunicación privada* .
- D.Bideau & A.Hansen, editores [1993] *Disorder and granular media*.
- Duran, Jacques [1997] *Sables, Poudres et Grains*.
- Ehrich, E.E., Jaeger, H.M., Karczmar, G.S., Knight, J.B., Kuperman, V.Y., & Nagel, S.R. [1995] “Granular Convection observed by Magnetic Resonance Imaging.” *Science* **267**, 1632.
- Faraday, M. [1831] “On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces.” *Philos. Trans. R. Soc. London* **52**, 299–318.
- Garcimartín, A., Maza, D., Ilquimiche, J.L., & I.Zuriguel [2002] “Convective motion in a vibrated granular layer.” *Phys. Rev. E* **65**, 031303.
- Jenike, A.W., Elsey, P.J., & Woolley, R.H. [1960] “Flow properties of bulk solids.” *Proc. American Society for Testing Materials* págs. 1168–1190.
- Knight, J.B. [1997] “External Boundaries and Internal Shear Bands in Granular Convection.” *Phys. Rev. E* **55**, 6016.
- Knight, J.B., Jaeger, H.M., & Nagel, S.R. [1993] “Vibration-Induced Size Separation in Granular Media: The Convection Connection.” *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3728.
- Laroche, C., Douady, S., & Fauve, S. [1989] “Convective Flow of Granular Masses under Vertical Vibrations.” *J. Phys. France* **50**, 699.
- Liffman, K., Metcalfe, G., & Cleary, P. [1997] “Granular convection and transport due to the horizontal shaking.” *Phys. Rev. Lett* **79**, 4574.

- Melo, F., Umbanhowar, P.B., & Swinney, H.L. [1995] “Hexagons, Kinks and Disorder in Oscillated Granular Layers.” *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3838.
- Metha, A. & Barker, G.C. [1994] “The dynamics of sand.” *Reports of Progress in Physics* **57**, 383.
- Pak, H. K., Doorn, E. Van, & Behringer, R. P. [1995] “Effects of Ambient Gases on Granular Materials under Vertical Vibration.” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4643.
- Pugnaloni, L. A., Barker, G.C., & Mehta, A. [2001] “Multi-particle structures in non-sequentially reorganized hard sphere deposits.” *Advances in Complex Systems* **4**, 289.
- Ramírez, R., Risso, D., & Cordero, P. [2000] “Thermal Convection in Fluidized Granular Systems.” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1230.
- Reynolds, O. [1885] “On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. With experimental illustrations.” *Phil. Mag. S5* **20**, 469–481.
- Ristow, G. H. [2000] *Pattern Formation in Granular Materials*.
- Shapiro, A.P. & Probst, R.F. [1992] “Random Packings of Spheres and Fluidity Limits of Monodisperse and Bidisperse Suspensions.” *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1422.
- Umbanhowar, P.B., Melo, F., & Swinney, H.L. [1996] “Localized Excitations in a Vertically Vibrated Granular Layer.” *Nature* **382**, 793.
- Vanel, L., Rosato, A.D., & Dave, R. [1997] “Rise-time regimes of a large sphere in vibrated bulk solids.” *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1255.
- Wildman, R.D., Huntley, J.M., & Parker, D.J. [2001] “Convection in Highly Fluidized Three-Dimensional Granular Beds.” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3304.