



Universidad de Navarra

Facultad de Ciencias

Estudio experimental de la compactación granular de
partículas cúbicas

Karol Valentina Asencio Acevedo



Universidad de Navarra
Facultad de Ciencias

Estudio experimental de la compactación granular de partículas cúbicas

Memoria presentada por **D^a. Karol Valentina Asencio Acevedo** para aspirar al grado de Doctora por la Universidad de Navarra

El presente trabajo ha sido realizado bajo mi dirección en el Programa de Doctorado en Sistemas Complejos y autorizo que sea presentado ante el Tribunal que lo ha de juzgar.

Pamplona, 30 de mayo de 2018

Dr. Diego Maza Ozcoidi

Declaración:

Por la presente yo, **D^a. Karol Valentina Asencio Acevedo**, declaro que esta tesis es fruto de mi propio trabajo y que en mi conocimiento, no contiene ni material previamente publicado o escrito por otra persona, ni material que sustancialmente haya formado parte de los requerimientos para obtener cualquier otro título en cualquier centro de educación superior, excepto en los lugares del texto en los que se ha hecho referencia explícita a la fuente de la información.

De igual manera, autorizo al Departamento de Física y Matemática Aplicada de la Universidad de Navarra, la distribución de esta tesis y, si procede, de la "fe de erratas" correspondiente por cualquier medio, sin perjuicio de los derechos de propiedad intelectual que me corresponden.

Pamplona, 30 de mayo de 2018

D^a. Karol Valentina Asencio Acevedo

© Karol Valentina Asencio Acevedo

Derechos de edición, divulgación y publicación:

© Departamento de Física y Matemática Aplicada, Universidad de Navarra

Agradecimientos

En primer lugar quiero dar las gracias al Dr. Diego Maza Ozcoidi, por haberme dado la oportunidad de venir a trabajar en el grupo de investigación de medios granulares de la Universidad de Navarra, grupo con el cual siempre había tenido la ilusión de trabajar. También por haber aceptado ser mi director de tesis y brindarme todo el apoyo necesario, sin el cual este trabajo no habría llegado a su culminación. Luego de todo este tiempo veo un sueño realizado y me siento muy orgullosa y honrada de haber pertenecido a este grupo de investigación y la Universidad de Navarra, como estudiante y personal de investigación en formación.

En general agradecer a todos los profesores del departamento de física y matemática aplicada, en especial a María Jesús Chasco, Carmen Palacios y Wenceslao González Viñas, por el apoyo y la amistad que siempre me han brindado. También a Luis Fernando Urrea, técnico del laboratorio, por estar siempre dispuesto a ayudar tanto a nivel técnico como humano.

Al Dr. Osvanny Ramos del Institut Lumière Matière, por permitirme realizar una estancia en su grupo de investigación y por el apoyo brindado tanto por él como sus estudiantes, lo cual hizo que mi estancia en Lyon fuese muy amena y me permitió aprovechar las oportunidades de participar y presentar mi trabajo ante la comunidad, en congresos realizados en Francia específicamente Montpellier y Grenoble.

A José Martín Pastor y a José Luis Sanz, quienes en su momento pertenecieron al laboratorio de medios granulares, con los cuales siempre he compartido fructíferas discusiones tanto a nivel académico como personal sobre experiencias de la vida, y quienes finalmente se han convertido en grandes amigos.

También quiero dar las gracias a todos los compañeros del programa de doctorado con los que tuve el placer de compartir y de los cuales me llevo muy buenos recuerdos y amistades.

A la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra quiero agradecer la confianza y la oportunidad que me brindaron, al concederme una beca durante todo el periodo de realización del doctorado, sin la cual no hubiese podido venir a estudiar a Pamplona y además realizar una estancia en el extranjero.

Y por último, quiero dar las gracias a mi familia, en especial a mi tía Janett y a mi hermana Karen, quienes a pesar de la distancia siempre han estado presentes brindándome todo el apoyo e inspiración para seguir en el camino y no abandonar en los momentos de dificultades.

Índice general

1	Introducción	1
1.1	¿Qué es un medio granular?	1
1.2	Medios granulares estáticos	3
1.2.1	Sistemas libres de condiciones de frontera	3
1.2.2	Sistemas con condiciones de frontera	4
1.2.3	Compactación de un medio granular	5
1.3	¿Qué ocurre cuando cambiamos la forma de la partícula?	7
2	Sistema Experimental	15
2.1	Montaje experimental	15
2.1.1	Medio granular	15
2.1.2	Celda	17
2.2	Sistema para generar los twist	18
2.3	Sistema de adquisición de imágenes	18
2.3.1	Cámara lineal	18
2.3.2	Cámara digital y cámara web	19
2.3.3	Cámara de alta velocidad	20
2.4	Calibración del sistema y parámetro de control	20
2.5	Protocolo de medida	23
2.6	Procesamiento de imágenes	25
2.6.1	Determinación de la altura de la muestra	25
2.6.2	Determinación del número de cubos en contacto con la superficie lateral	26
2.6.3	Detección de orientaciones	28
3	Resultados Experimentales	31
3.1	Estudio de la fracción de compactación volumétrica	32
3.1.1	Homogeneidad estadística de las determinaciones	37
3.2	Estudio de la fracción de compactación superficial	38
3.3	Estudio de la evolución del grado de compactación con la amplitud de la perturbación	41
3.3.1	Estudio de la dependencia de Φ_V con Γ	41
3.3.2	Estudio de la dependencia de Φ_S con Γ	44
3.4	Orientación de las partículas y formación de dominios	46
3.5	Influencia de la altura de la capa	52
4	Discusión y Conclusiones	57

Bibliografía	61
Summary	65
Resumen	66

Capítulo 1

Introducción

1.1 ¿Qué es un medio granular?

Un medio granular puede considerarse como aquel sistema formado por un gran número de partículas macroscópicas que interactúan a través de fuerzas disipativas. Debido a la magnitud típica de la masa de las partículas que lo constituyen, su energía, tanto potencial como cinética, supera en varios órdenes de magnitud a la energía térmica intrínseca. Este hecho ha motivado que se considere a este tipo de sistemas como “atérmicos” a la par que implica que los enfoques termodinámicos usuales no resulten aplicables para describir sus diferentes estados de equilibrio.

Por otra parte, el adjetivo *granular* es asignado a materiales compuestos por un grupo discreto de partículas sueltas de tamaño mayor a un micrón. Richards y Brown [1] y Nedderman [2] clasifican los materiales particulados como se muestra en el cuadro 1.1. De esta clasificación se ve que los materiales granulares que contienen partículas entre 100 y 3000 micrones se pueden llamar sólidos granulares.

Los materiales granulares están presentes en un amplio rango de procesos industriales y sistemas complejos. Un dato que demuestra su importancia es que un 10% de toda la energía producida en el planeta se consume en procesar materias primas granuladas, de manera que esta forma de agregación de la materia se coloca en el segundo lugar de la escala de prioridades de la actividad humana, inmediatamente después del agua. [3]

Rango de tamaño de partícula	Nombre del material (bulto)	Nombre del componente individual
0.1 μm - 1.0 μm	Polvo ultra-fino	Partícula ultra-fina
1.0 μm - 10 μm	Polvo superfino	Partícula superfina
10 μm - 100 μm	Polvo granular	Partícula granular
100 μm - 3.0 mm	Sólido granular	Gránulo
3.0 mm - 10 mm	Sólido partido	Grano

Cuadro 1.1: Clasificación de Richards para un material granulado, según el tamaño de partícula. Traducido de [2].

A pesar de que encontrar materiales en forma particulada es muy común y en ocasiones parecen comportarse como si fueran un sólido, en otras como líquido o incluso como un gas [4], lo cierto es que a menudo muestran efectos colectivos poco intuitivos que difieren de forma notable de estos estados. Es por esta razón suele llamarse a la materia granular como el cuarto estado de la materia [5, 6].

Un ejemplo claro es considerar un grupo granos vertidos dentro de un recipiente que colectivamente se puede comportar como un sólido, pero a diferencia de un sólido ordinario, los sólidos granulares pueden adoptar la forma del recipiente que lo contiene. Una de las diferencias más significativas respecto de los estados de agregación usuales hace referencia a la forma en que un sólido granular reacciona ante las cargas externas, pues en general, las fuerzas en el interior de un medio granular no se distribuyen uniformemente sino que se transmiten de forma marcadamente inhomogénea, dando lugar a lo que en general se conoce como cadenas de fuerza. Estas “cadenas” propagan los esfuerzos a través de la red de contactos entre granos aunque su heterogeneidad no tiene una relación clara con la complejidad de la propia red de contactos, figura 1.1. [7-9]

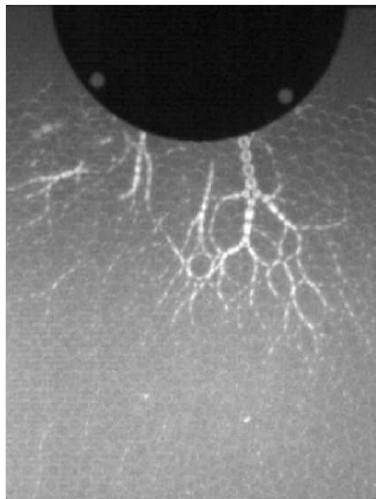


Figura 1.1: Distribución de esfuerzos en el seno de un medio granular. En la imagen se ve como un disco muy pesado (o intruso) impacta sobre un grupo de granos fotoelásticos en reposo dentro de un contenedor. El esfuerzo local producido por el intruso sobre el material se distribuye de forma irregular a través de los granos que lo conforman. [9]

Los medios granulares también se pueden comportar como un líquido, como ocurre por ejemplo en un reloj de arena, donde los granos fluyen a través del orificio con un caudal constante hasta vaciar el compartimiento superior. Si reloj estuviera lleno de agua, el caudal decrecería con rapidez debido a la disminución de la presión hidrostática en el recipiente superior. Lleno de arena por el contrario, el concepto de presión hidrostática carece virtualmente de sentido debido a que la propagación de fuerza asociada a la red de contactos, redirigen la presión dentro hacia las paredes de forma muy homogénea, que a la postre se traduce en una “presión” prácticamente constante en el entorno del orificio de descarga, y por lo tanto, la tasa de descarga es básicamente la misma tanto con el recipiente lleno como casi vacío.

Y por último, un ejemplo donde el comportamiento los medios granulares se asemeja al de un gas, es el caso de una fuerte brisa marina o fuertes vientos en el desierto, los cuales arrastran arena llevándola a un estado similar a un gas. Pero a diferencia de los gases moleculares, que se expanden por todo el espacio disponible, un gas granular hace lo contrario, formando conglomerados debido a la naturaleza disipativa de las colisiones. Además, toda vez que una región se hace más densa debido a las fluctuaciones, las partículas tienen más probabilidad de colisionar, perdiendo así más energía y formando agregados cada vez mayores [10].

Más allá de estos ejemplos intuitivos, los medios granulares muestran también comportamientos notablemente más complejos y antintuitivos, como segregación por tamaño y forma, formación de arcos estables, rollos de convección y formación de patrones espacio-temporales [4, 11–15].

De todas las analogías discutidas, en esta trabajo nos enfocaremos en el caso de sistemas confinados y en reposo, lo que comúnmente se engloba bajo la denominación de medios granulares estáticos. En la próxima sección ahondaremos en algunos aspectos de este estado con objeto de analizar, a posteriori, cómo se generalizan estos resultados cuando se considera también la forma de las partículas que constituyen el material.

1.2 Medios granulares estáticos

1.2.1 Sistemas libres de condiciones de frontera

Un ejemplo en el que las condiciones de frontera son libres, o más concretamente parcialmente libres, es el caso de una pila granular. En él, un grupo de granos se deposita secuencialmente sobre una base formando así una estructura cónica cuya pendiente máxima alcanza un límite conocido como ángulo de reposo. Este ángulo se define como aquel que abarca desde la superficie libre del talud hasta la horizontal, y como puede esperarse, depende fuertemente de las características del material. Su magnitud puede tomar valores entre θ_r y θ_m , donde θ_r es ángulo por debajo del cual la pila es estacionaria y θ_m ángulo por encima del cual inevitablemente se producen avalanchas que disminuyen el valor de la pendiente. Estas avalanchas además, inducen una disminución en la compactación de los granos, a diferencia de la compactación que se podría inducir si el material estuviera confinado.

Otra característica que se pone claramente de manifiesto al estudiar pilas granulares (aunque no es exclusiva de estas) es que el ordenamiento interno de las partículas está fuertemente condicionado por su historia. Esto implica que para conocer unívocamente el estado en el que se encuentra el material, necesitamos conocer la historia del sistema, es decir, saber cómo se ha alcanzado el reposo estudiado. Así, una pila granular puede tener el mismo aspecto exterior que otra, pero el perfil de presiones en su base ser completamente distinto, Figura 1.2 [16].

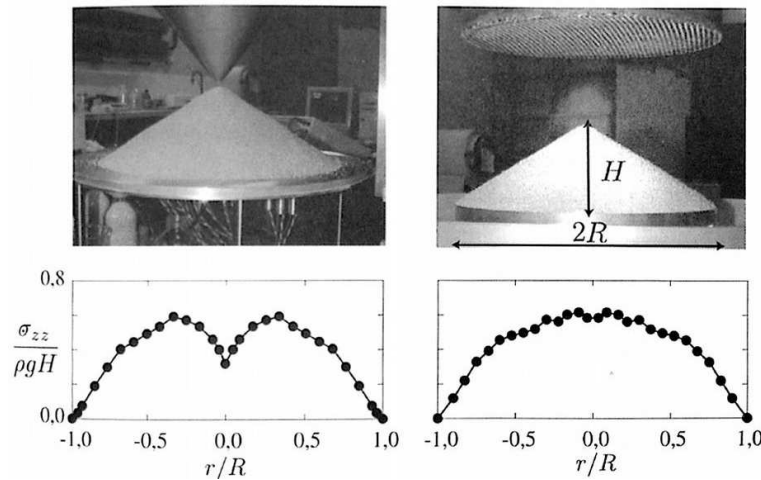


Figura 1.2: Perfiles de presión radial en la base una pila creada por diferentes métodos: en (a) la pila se ha creado usando un embudo y en (b) la pila se creó usando un tamiz. [16]

1.2.2 Sistemas con condiciones de frontera

En los medios granulares estáticos, el ejemplo más común de sistema acotado por condiciones de frontera es el caso de los granos almacenados en silos. En este caso, las partículas macroscópicas que constituyen el material cuando se encuentran en el interior de un recipiente, ocupan un volumen sensiblemente mayor que el correspondiente al de la suma de los volúmenes de cada una de las partículas.

Como es obvio, el volumen aparente, o volumen total ocupado por los granos (incluyendo los huecos) depende de qué tan empaquetadas estén las partículas que lo conforman. Aunque esta afirmación pudiera resultar trivial, el concepto de fracción de compactación puede resultar esquivo si se tiene en cuenta el alto grado de inhomogeneidad que puede tener esta magnitud aplicada a cada caso en concreto. No obstante, de forma general se define como una magnitud promedio, es decir, como la relación entre el volumen real ocupado por los granos V_p respecto de su volumen aparente, V_a , $\phi = V_p/V_a$. De esta forma, ϕ toma valores en el rango $0 < \phi < 1$, de manera cuando más empaquetados los granos, ϕ tomara valores más cercanos a la unidad. El empaquetamiento más denso posible en el caso de partículas esféricas es $\phi = 0,74$, y se corresponde con el empaquetamiento hexagonal compacto, aunque para alcanzar esta fracción de compactación hay que colocar las esferas prácticamente una a una. Sin embargo, al colocar las partículas de manera aleatoria bajo la acción de la gravedad, la fracción de compactación típica alcanzada es de aproximadamente $\phi = 0,64$, correspondiente a lo que genéricamente se denomina *random close packing*. No obstante, hay situaciones en los que se pueden conseguir muestras con un valor de compactación menor $\phi = 0,51$, correspondiente a lo que se denomina *random loose packing*. Este sería el menor valor de fracción de compactación que puede tener una muestra mecánicamente estable, aunque existe aún cierta controversia sobre la validez de este resultado.

Otra característica típica de los materiales confinados es que la presión en la base del recipiente que los contiene no crece linealmente al aumentar la altura de llenado, tal y como ocurre con los

líquidos. Por tanto, en cualquier silo de cereal, la presión saturará a una cierta profundidad medida desde su superficie libre, independientemente de la altura del depósito y de lo lleno que éste pudiera encontrarse. Este fenómeno se conoce popularmente como “efecto Janssen” [3]. La justificación que parece explicarlo se basa en que parte del peso de los granos se transmite a las paredes a través de las cadenas de fuerza de manera que estas sujeten al material por fricción. No obstante, no existe aún una justificación micromecánica clara que conecte las peculiaridades de las interacciones entre granos con la escala donde se produce la saturación.

1.2.3 Compactación de un medio granular

Debido a su incuestionable importancia aplicada, la compactación granular ha sido un proceso explorado de diferentes maneras, como por ejemplo aplicando ciclos de dilatación-compresión o mediante perturbaciones mecánicas como pulsos y vibraciones, entre los que se encuentra el que hasta ahora parecía resultar más eficiente, golpeando suavemente la base del contenedor.

Existe una gran variedad de forma de “golpes” o *taps* que pueden ser aplicados al sistema. No obstante, se considera como un pulso “estandar”, aquel obtenido al aplicar un semiciclo de vibración armónica $y(t) = A_y \sin(\omega t)$. De esta forma, se utiliza como parámetro de control la intensidad de vibración definida como la aceleración máxima que alcanza el sistema entre la aceleración de la gravedad,

$$\Gamma = \frac{A\omega^2}{g}$$

obteniendo así el valor de aceleración máxima adimensional.

Uno de los trabajos pioneros realizados sobre la compactación de un medio granular fue el realizado por “el grupo de Chicago”, como se los conoce popularmente en la literatura, [17]. En él se detalla como evoluciona la fracción de compactación con respecto a la intensidad Γ de los pulsos aplicados. Como material granular se utilizaron esferas de vidrio monodispersas colocadas en un tubo cilíndrico, partiendo de una configuración inicial de baja compactación. En la figura 1.3, se muestra la evolución de la fracción de compactación en función del número de pulsos aplicados. Uno de los resultados centrales de este trabajo detalla que esas curvas se ajustan razonablemente bien a una ley inversa logarítmica, cuya ecuación es 1.1:

$$\rho(t) = \rho_f - \frac{\Delta\rho_\infty}{1 + B \ln(1 + \frac{t}{\tau})} \quad (1.1)$$

donde los parámetros, ρ_f , ρ_∞ , τ y B dependen solo de la aceleración Γ .

En trabajos posteriores [18, 19], realizaron experimentos similares, comenzando con estados de baja compactación y aplicando 10^5 pulsos a determinados Γ . Posteriormente, y tomando como estado inicial aquel en el que se encuentre el sistema luego de 10^5 pulsos, se disminuye la intensidad de los pulsos subsiguientes. Al aplicar este proceso de “recocado” se pudo observar como la fracción de compactación podía incrementarse por encima del valor alcanzado inicialmente (ver figura 1.4). Los resultados mostraron que aplicar este proceso conduce al sistema a transitar por una serie de esta-

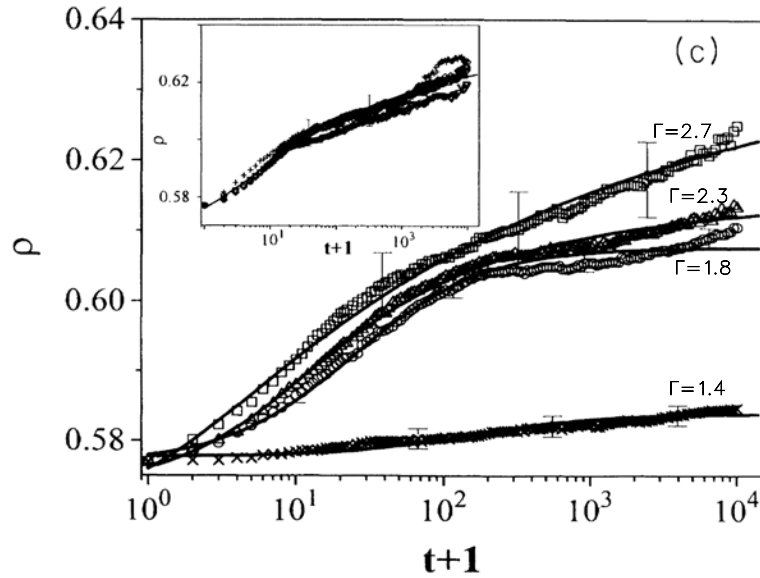


Figura 1.3: Fracción de compactación en función del número de pulsos aplicado para distintos valores de $\Gamma = 1.4, 1.8, 2.3$ y 2.7 y en el recuadro interno se muestran los resultados para $\Gamma = 2.7, 3.1, 4.5$ y 5.4 . La línea sólida muestra el ajuste realizado con la ecuación 1.1.

dos de compactación que pueden visitarse de forma reversible al aumentar o disminuir la amplitud de los *taps* aplicados. Este comportamiento se denominó como “rama reversible” de los estados de compactación para distinguirlos de aquellos que corresponden a estados de compactación dependientes de la historia o del proceso por el que han sido alcanzados (marcados con cuadrados negros en la Fig. 1.4) ya que al realizar de nuevo un aumento de Γ se obtienen otra vez puntos que caen en la curva anterior.

Desde una aproximación teórica se han realizado importantes esfuerzos para generalizar conceptos de la mecánica estadística tradicional en la descripción de este problema. Sin duda, algunos de los trabajos pioneros han sido desarrollado por Sam Edwards y colaboradores [20–22]. Estos autores han propuesto un nuevo formalismo inspirado en la descripción entrópica utilizada por la mecánica estadística. En este esquema teórico, el equivalente a la energía contenida en la descripción microcanónica sería el volumen ocupado por cada grano y el del entorno que excluye al acomodarse en determinado estado de equilibrio. A partir de esta idea, la entropía del sistema se define de manera usual, como el logaritmo del número de estas configuraciones compatibles con el estado de compactación del material. Esta definición lleva aparejada de forma intrínseca la definición de un concepto análogo al de temperatura, a la que estos autores han definido como “compacidad”, χ , y cuya expresión es $\chi = \partial V / \partial S$. La importancia de esta magnitud radicaría en que permitiría cierto grado de descripción de un sistema granular estático y su evolución cuando se perturba dentro de la rama reversible. No obstante, existen aún varios problemas formales para generalizar esta idea, de los cuales el más importante es cuantificar el volumen excluido que acompaña a partícula de la colectividad aún en el caso ideal de esferas monodispersas. Esta limitación se traduce en que en la mayoría de situaciones de índole práctico resulte prácticamente imposible encontrar una variable de estado que cuantifique correctamente las magnitudes involucradas en este tipo de descripción, y más aún si se

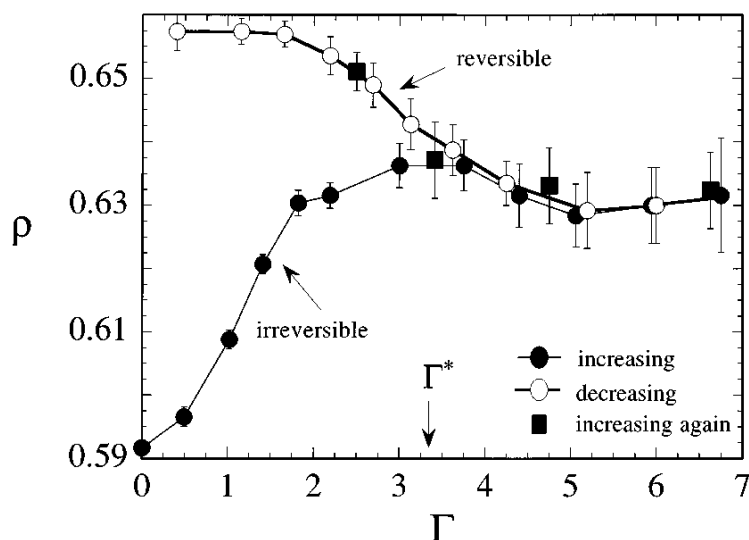


Figura 1.4: Dependencia de la fracción de compactación, ρ , respecto a la historia de la vibración. Se parte de una muestra poco empaquetada, luego la aceleración Γ que se aplica en cada pulso se aumenta (círculos negros) y posteriormente se disminuye (círculos blancos). En cada punto se aplicaron 10^5 pulsos antes de cambiar el valor de Γ . Se observan las distintas ramas y el valor de Γ^* denota el punto de irreversibilidad [19].

ponen en juego otras variables como la forma de las partículas.

1.3 ¿Qué ocurre cuando cambiamos la forma de la partícula?

Como puede resultar intuitivo, se ha mostrado que la forma de las partículas que componen el material resulta crítica para comprender algunas de sus propiedades mecánicas macroscópicas [23]. A la par, los casos extremos de estas formas retrotraen el problema a conceptos introducidos hace ya muchos años como la descripción entrópica de partículas alargadas desarrollado por Onsager en la década de los cuarenta [24]. Más allá de esta idea, que no debe ser confundida con la descripción de Edwards discutida en la sección precedente, se sabe que la forma de las partículas influye de forma importante en la propagación de esfuerzos en el seno del material, efecto que se vuelve particularmente relevante en el caso de partículas “facetadas” o con caras planas. En este caso, el concepto de “punto de contacto” se diluye complicando aún más si cabe la descripción formal de interacción entre granos. De forma notable, la existencia de caras planas favorece la formación de dominios. A continuación desarrollaremos algunos ejemplos representativos.

Como ya discutimos, el perfil de presión de la base de una pila puede tener un mínimo local en el centro de la pila [16]. Al cambiar la forma de la partícula la magnitud de ese mínimo se ve afectada. Así, pilas bidimensionales (construidas con granos de material fotoelástico) pueden presentar diferencias significativas en la “profundidad” del mínimo según se trate de discos o cilindros elipsoidales [25]. En este experimento se observó la formación de cadenas de fuerza primarias (hacia el exterior de la pila) y cadenas de fuerza secundarias (hacia el interior de la pila). Se determinó que cuando se utilizan partículas elipsoidales, el número de cadenas de fuerza secundarias es menor que para

los discos. Según estos autores, esta diferencia podría ser la responsable del mínimo más profundo cuando se trabaja con partículas alargadas.

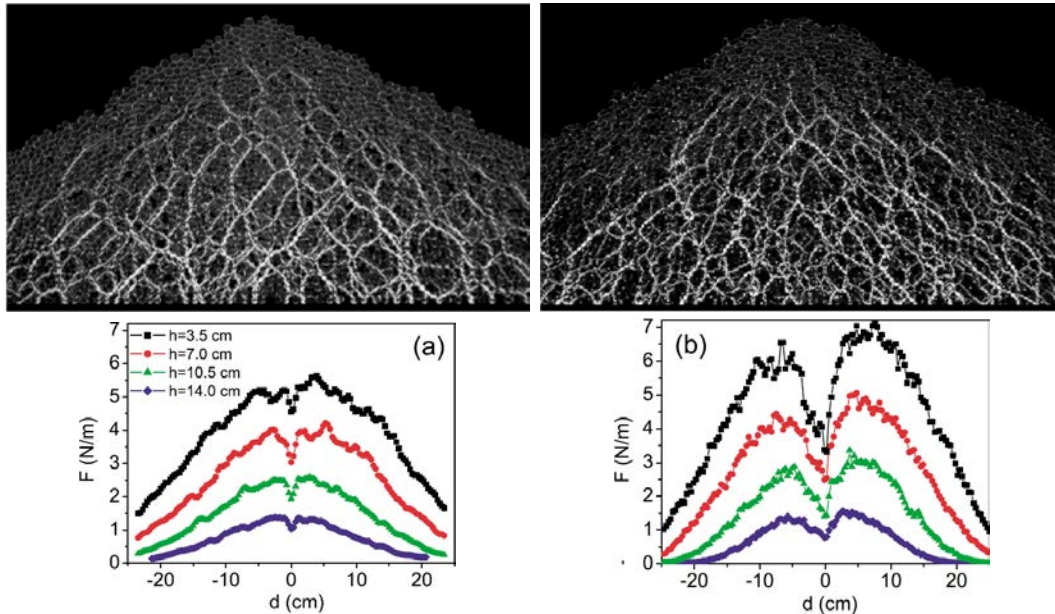


Figura 1.5: Experimento sobre el efecto de la forma de la partícula sobre el mínimo del perfil de presión en una pila formada por partículas fotoelásticas. En el lado izquierdo vemos la imagen de la pila de discos y su perfil de presión a diferentes alturas cercanas de la base (a) y en el lado derecho los resultados para el caso de la pila formada por cilindros elípticos (b). [25]

En el caso del depósitos de partículas en un silo o contenedor, también se observan cambios en la distribución de esfuerzos y el empaquetamiento, dependiendo de la forma de la partícula. En [26], R. Cruz y colaboradores estudiaron cómo afecta la elongación de las partículas tanto al ordenamiento como a la propagación de los esfuerzos en el interior de un empaquetamiento que se asientan bajo la acción de la gravedad. En este trabajo utilizaron esfero-cilindros de diferentes relaciones de aspecto y mediante simulaciones estudiaron incluso el límite de partículas cuadradas (ver figura 1.6 y 1.7). En el caso de partículas alargadas, éstas tienden alinearse con su eje mayor en la horizontal y a medida que se reduce la relación de aspecto (definida como el cociente de su longitud respecto del diámetro del cilindro) tienden a alinearse más hacia la vertical. En el caso de partículas cuadradas no obstante, es la diagonal la que se alinea en la dirección de la gravedad, figura 1.7. Y en cuanto a la propagación de fuerzas, las partículas alargadas transmiten de forma casi homogénea los esfuerzos hacia abajo (figura 1.6(c)) mientras que las partículas cuadradas muestran el desarrollo de cadenas de fuerzas marcadas, figura 1.6(d).

En trabajos posteriores T. Kanzaki y colaboradores [27], estudiaron numérica y experimentalmente el efecto que una descarga parcial de un silo de partículas facetadas tiene sobre las propiedades morfológicas y micromecánicas del sistema. Uno de los resultados de este trabajo se muestra en la figura 1.8, en ella se observa cómo luego de depositarlas, éstas se alinean de forma mayoritaria con su diagonal apuntando en la dirección del campo gravitacional. Luego, si el contenedor se descarga parcialmente, la cizalla entre las partículas induce su rotación y su asentamiento tiende a configu-

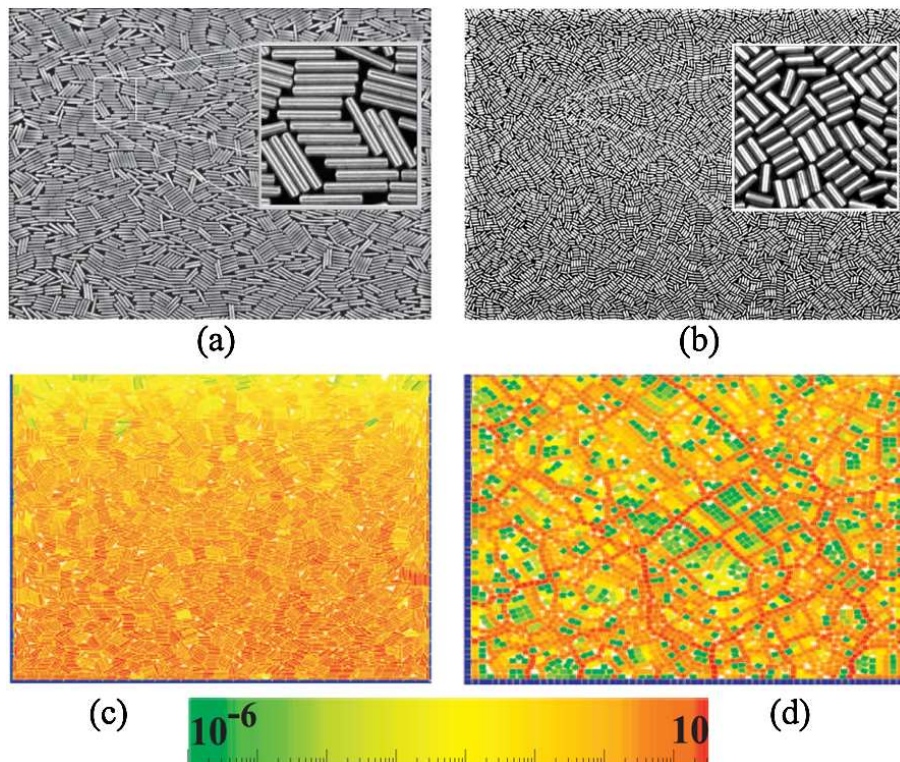


Figura 1.6: Empaquetamiento de partículas para diferentes relaciones de aspecto, (a) para $d=5.4$, (b) para $d=2.5$. En (c) y (d) se muestran simulaciones numéricas para $d=5,4$ y cuadrados $d=1$ respectivamente. El mapa de colores en escala logarítmica representa el valor medio de las fuerzas de contacto en cada partícula, normalizado por el valor medio dentro de todo el sistema [26].

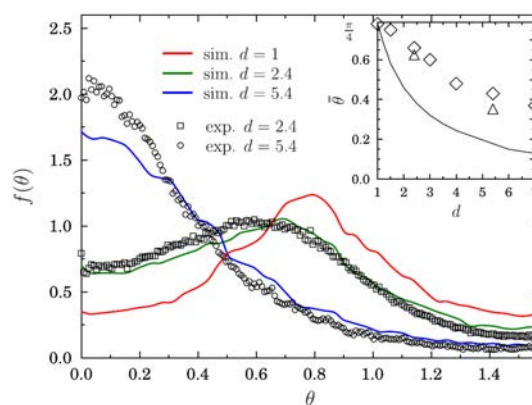


Figura 1.7: Distribución de orientaciones de partículas con diferentes relaciones de aspecto. En el recuadro superior derecho se muestra la dependencia de la orientación promedio obtenida experimentalmente (con rombos) y numéricamente (triángulos) y la línea continua representa la predicción analítica para casos sin fricción, [26].

raciones mecánicamente más estables, es decir, con cualquiera de sus lados paralelos a la base o la pared.

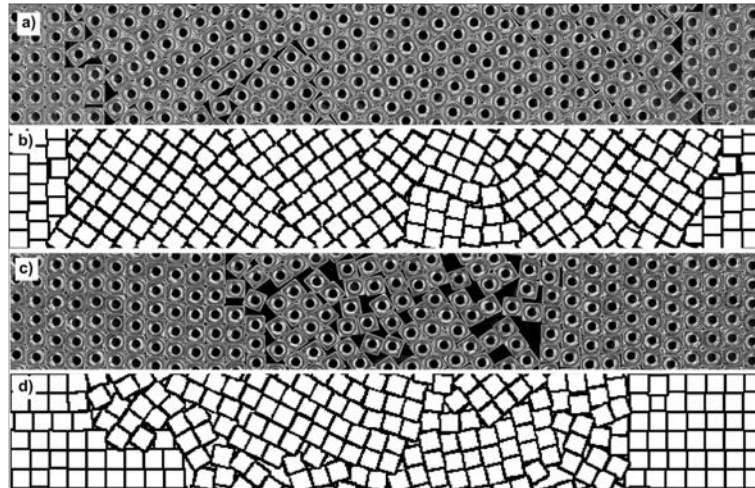


Figura 1.8: Empaquetamiento de partículas cuadradas (se utilizaron tuercas) y simuladas antes y después de una descarga parcial. Imágenes correspondientes al experimento, (a) luego de realizar el depósito y (c) luego de realizar una descarga parcial. En (b) y (d) se puede comparar con los resultados numéricos. [27]

La distribución de orientaciones de las partículas respecto a la horizontal también es estudiada para diferentes relaciones de aspecto (ver figura 1.9), los resultados muestran que al final del depósito las partículas alargadas tienden a alinearse con la horizontal y a medida que se reduce la relación de aspecto, la orientación más probable tiende a ser con un lado orientado a $\theta = \pi/4$ para el caso límite de los cuadrados. Y luego de la descarga parcial, en el caso de los cilindros se reduce la cantidad de partículas alineadas con la horizontal y se incrementa el número de partículas alineadas verticalmente, lo cual puede ser consecuencia del alineamiento de las partículas en la dirección del flujo. El caso de partículas cuadradas es totalmente diferente, pues estas tienden a alinearse con las paredes del silo por lo que se observan dos picos en $\theta = 0$ y $\theta = \pi/2$.

Los estudios de compactación donde se ha cambiado la forma de las partículas son bastante escasos. Uno de estos trabajos es el de G. Lumay y N. Vanderwalle [28], quienes estudiaron la dinámica de compactación para cilindros en un sistema 2D sometido a *taps* verticales. En la figura 1.10 se presentan imágenes de la muestra granular luego de aplicar cierto número de *taps*. En la figura resulta obvio el desorden angular de la configuración inicial y como luego, al incrementar el número de pulsos, aparecen algunos dominios de partículas que comienzan a crecer.

En cuanto a las curvas de compactación, se pueden destacar que dos procesos de compactación parecen ocurrir en diferentes etapas, figura 1.11. La primera y la segunda etapa del proceso de compactación la ajustan con dos curvas independientes que vienen de un modelo de cristalización que incluye una dependencia funcional tipo Aherrenius [29]. Se observa que la dinámica de compactación en la segunda etapa es más lenta que la primera, lo cual se puede explicar teniendo en cuenta como al principio del proceso de compactación se produce una rápida reorganización de los granos

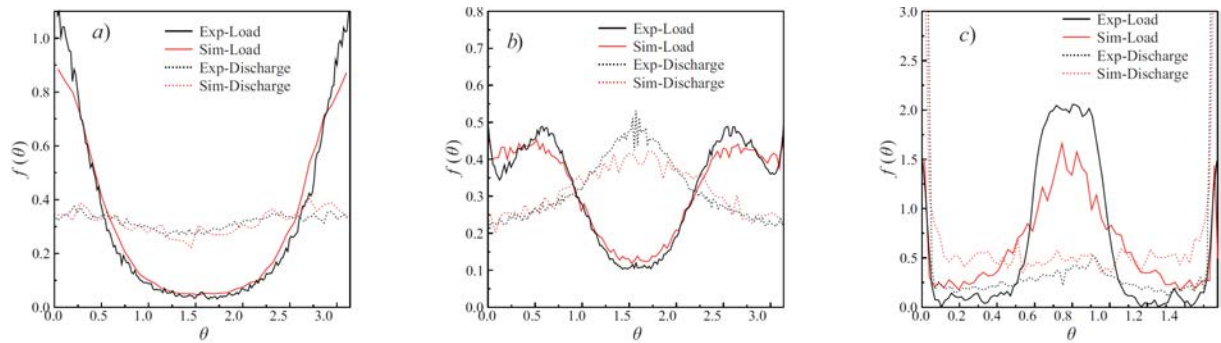


Figura 1.9: Distribución de orientaciones obtenidas en los experimentos y las simulaciones, tanto en su llenado como después de su descarga parcial. Las relaciones de aspecto exploradas fueron: a) $d=5.4$, b) $d=2.4$ y c) $d=1.0$ [27].

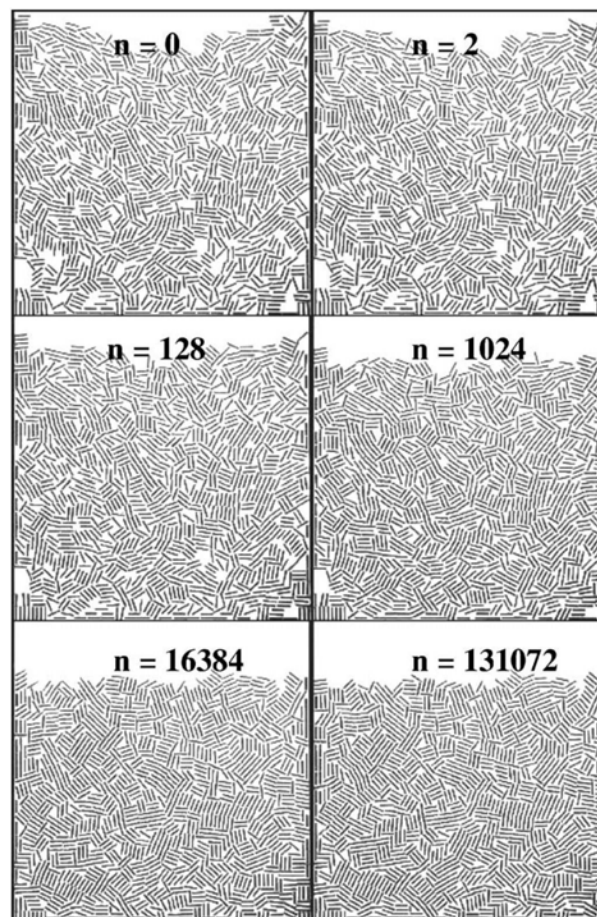


Figura 1.10: Imágenes del proceso de compactación de cilindros implementado por Lumay y colaboradores [28].

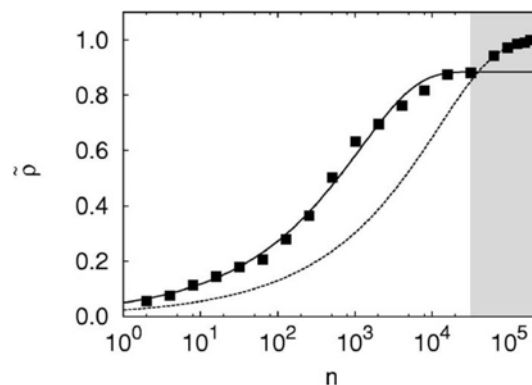


Figura 1.11: Curva de compactación típica dada una fracción de compactación normalizada $\bar{\rho}$ como función del número de pulsos [28]. La primera y la segunda etapa del proceso de compactación se ajustan a un modelo de cristalización propuesto [29]. La segunda etapa del proceso de compactación se muestra coloreada en gris.

(principalmente traslacional), mientras que en la segunda etapa se producen arreglos mucho más lentos que tienden a alinear los granos entre sí.

En el caso de sistemas tridimensionales como el nuestro, existen resultados compactando cilindros contenidos en un recipiente cilíndrico que se encontraba sometido a vibraciones verticales. En [30], Villarruel y colaboradores estudiaron como es la evolución tanto temporal como espacial en este caso. En sus experimentos comienzan con una condición inicial desordenada y poco empaquetada, y luego, bajo aplicación de pulsos verticales, el sistema evoluciona hacia un estado más denso y altamente ordenado. En esta geometría el ordenamiento se inicia en las paredes del contenedor y se propaga hacia el centro, alcanzando un orden nemático en el cual el eje mayor de las partículas se alinea con las paredes verticales del tubo, figura 1.12.

Finalmente, hay que mencionar el trabajo de M. Neudecker et al. [31] donde un conjunto de partículas tetragonales eran sometidas a la acción de pulsos verticales. Este sistema mostró una evolución de la fracción de compactación similar a la reportada para partículas esféricas, aunque en este caso los estados de equilibrio alcanzados resultaron ser marcadamente hiperestáticos por la existencia de las caras planas de las partículas. Por otra parte, estos autores determinaron que prácticamente la totalidad de los contactos existentes entre partículas podrían considerarse puntuales y el orden de largo alcance o la existencia de dominios era prácticamente indetectable.

Atendiendo a todos estos antecedentes, este trabajo tiene como objetivo estudiar la evolución del empaquetamiento o compactación de un sistema de partículas cúbicas. La elección de esta forma en particular está motivada en la existencia de resultados previos que indican el comportamiento singular que posee esta forma. Así, además de la existencia de caras planas que introducen una gran variedad de posibilidades de acomodamiento, la simetría que implica la forma cúbica agrega un alto grado de interés a los resultados esperados. Un objetivo complementario, y que podría constituir *per se* el contenido de esta tesis, es el estudio del protocolo de compactación que utiliza rotaciones alternantes en una y otra dirección. En el próximo capítulo se hará una discusión detallada del sistema

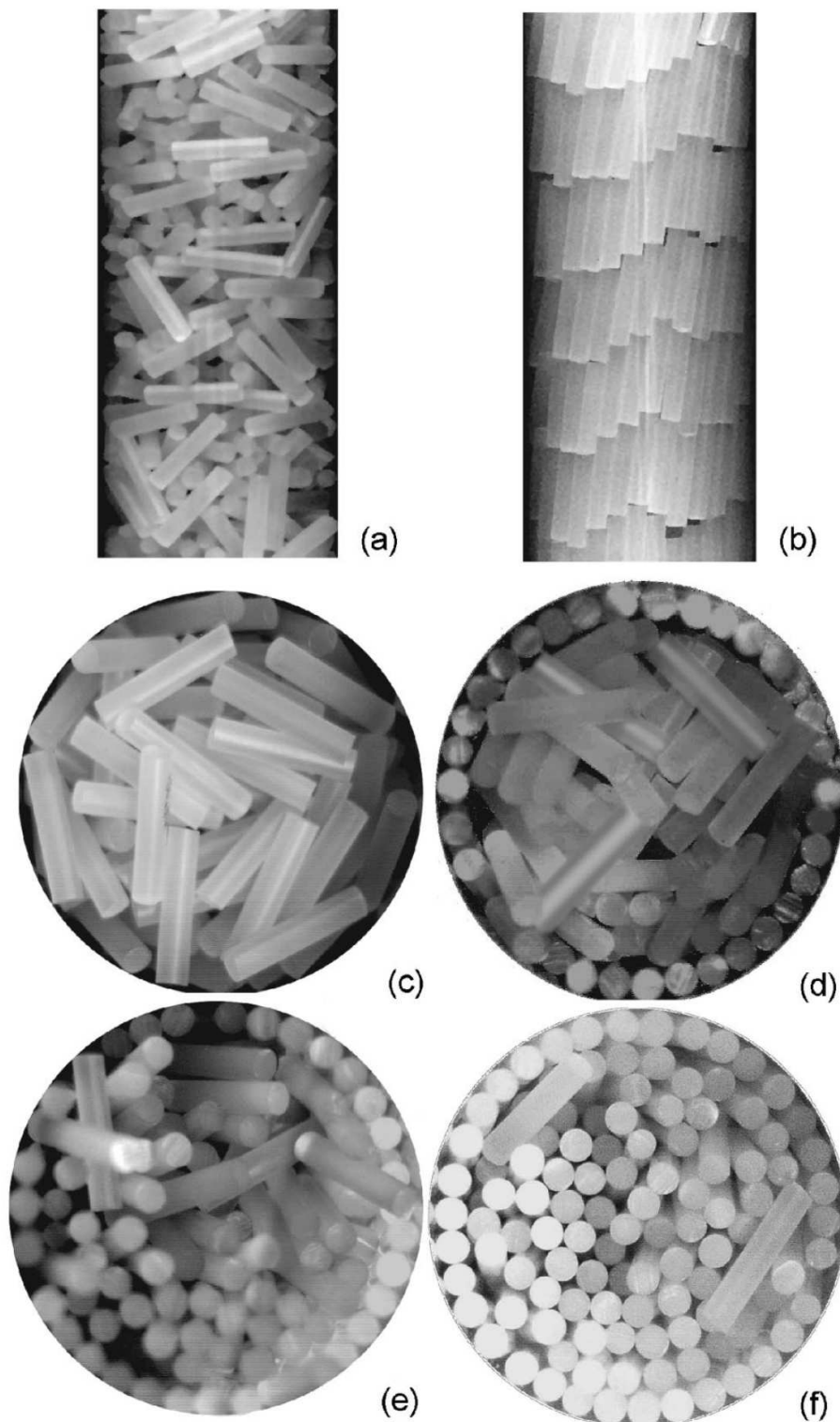


Figura 1.12: Imágenes del proceso de compactación de cilindros en diferentes etapas del proceso. (a) y (b) muestran una vista lateral del sistema cuando se coloca el material y luego de haber sido sometido a varios miles de pulsos. En las siguientes imágenes se muestra: (c) la evolución del sistema visto desde arriba y (d) luego de la aplicación de 2000 pulsos, (e) pasados 6000 pulsos y (f) el estado final luego de 10^4 pulsos. [30]

experimental y de las peculiaridades más destacables de este novedoso método de compactación. Se discutirá también la metodología de captura y procesamiento de datos para dar paso al capítulo siguiente, donde se analizarán los resultados obtenidos. Finalmente, se discutirán globalmente los resultados alcanzados a manera de conclusión.

Capítulo 2

Sistema Experimental

Como se dijo anteriormente el objetivo de este trabajo consiste en estudiar como es el proceso de compactación de partículas cúbicas en una geometría cilíndrica mediante un nuevo mecanismo que consiste en la aplicación de rotaciones alternantes a las que hemos denominado “*twists*”. Un twist corresponde a la rotación del sistema en un sentido y en el inverso.

Con este propósito se ha diseñado el dispositivo que se ilustra en la figura 2.1 en el que se ha utilizado un recipiente cilíndrico transparente en el cual se colocan las partículas cúbicas y luego se acopla a la base de un motor que controlamos por medio de un ordenador para generar twists.

En el experimento solo se tiene acceso a la parte externa de la muestra granular, por ello el estudio de la evolución de la muestra durante el proceso de compactación se realiza principalmente a partir de imágenes tomadas de la superficie lateral del cilindro.

Se describirán a continuación los elementos del montaje experimental, las técnicas de adquisición de datos y el protocolo de medida.

2.1 Montaje experimental

Una visión global del montaje experimental se muestra en la figura 2.1. En los siguientes apartados se detallará cada uno de sus componentes.

2.1.1 Medio granular

Como medio granular se han utilizado principalmente partículas cúbicas con sus esquinas redondeadas, que consisten en dados de plástico (figura 2.2) de $5 \pm 0,05$ mm de lado y un radio de curvatura de $0,73 \pm 0,04$ mm. La masa es $0,116 \pm 0,001$ g, en sí los dados son bastante homogéneos, se ha pesado una muestra de 10 dados y la masa de todos resulta ser la misma dentro de nuestra resolución de medida. Respecto a los círculos presentes en las caras de los dados, sus diámetros van desde 2 mm en caso del círculo de la cara número 1, hasta 1 mm en el caso de los círculos de la cara número 6, éstos resultan ser bastante uniformes aunque eventualmente pueden presentar irregularidades que afectan su correcta detección en el procesamiento de análisis imágenes como se explicará más ade-

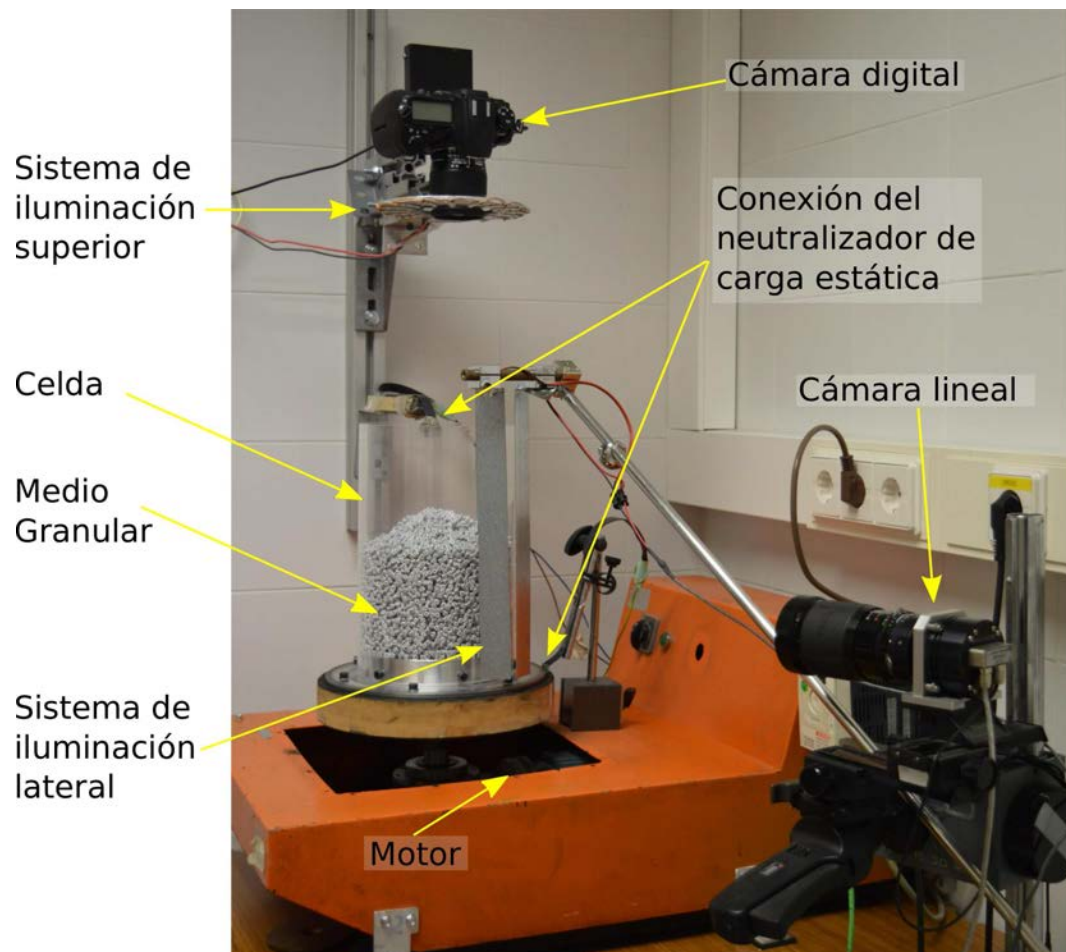


Figura 2.1: Fotografía del sistema experimental indicando cada uno de sus componentes.

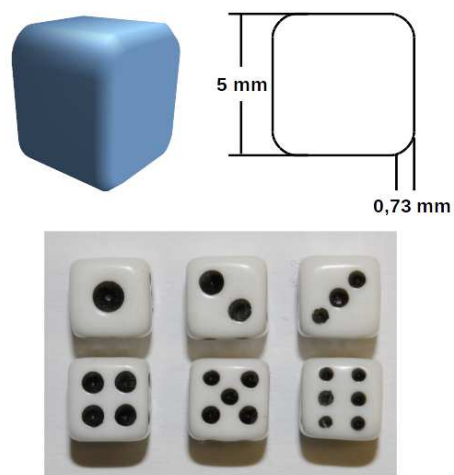


Figura 2.2: Partículas cúbicas utilizadas como medio granular.

lante.

Durante los experimentos se ha variado el número de partículas cúbicas desde 10000 hasta 30000 para estudiar el comportamiento de la muestra a diferentes alturas.

2.1.2 Celda

La celda utilizada en el montaje experimental consiste en un cilindro de plexiglás de 3 mm de espesor cuyo radio interno es de $17,4 \pm 0,1$ cm y una altura de $25,5 \pm 0,1$ cm que permite fácilmente una capacidad de 40 capas de almacenamiento. El cilindro cuenta con una base de aluminio que se ha diseñado de manera tal que permita acoplar el cilindro al motor con el se generan los twists. Para reducir la carga electrostática generada por el rozamiento de los dados con el contenedor, disponemos de un neutralizador de estática (EXAIR modelo 7907, con un voltaje de salida de 5000 V rms y una corriente máxima 5 mA), el cual conectamos utilizando un pincel de acero que toca los bordes en la parte superior del cilindro y la base (figura 2.3) para drenar carga electrostática generada, además de esto antes de cada experimento se aplica líquido antiestático al cilindro.

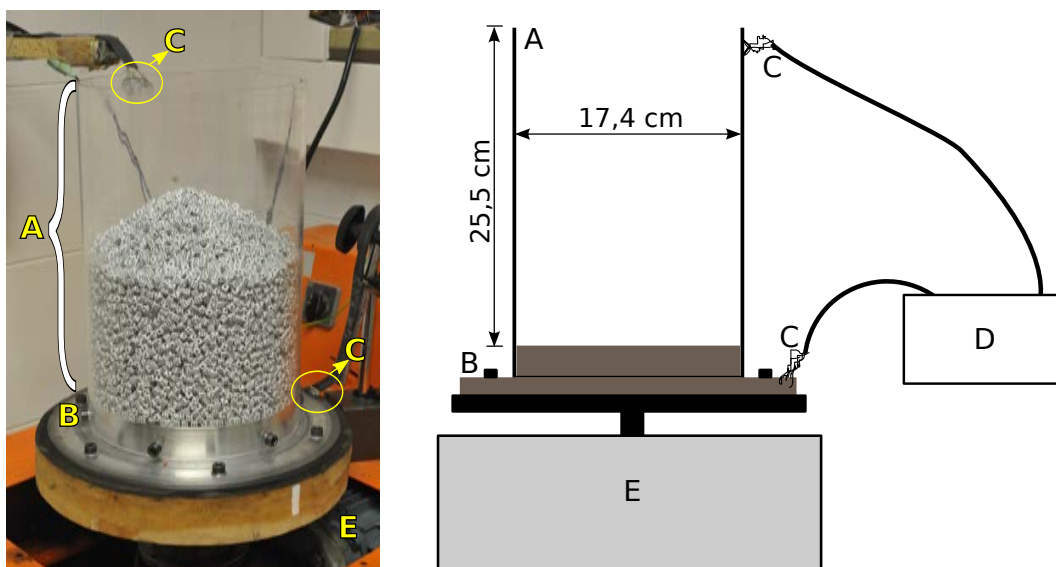


Figura 2.3: A) Celda utilizada, B) Base de aluminio, C) Conexión del neutralizador de carga electrostática mediante pinceles de acero, D) Neutralizador de carga electrostática, E) Motor.

Instrumentación y sistemas de medida

Los instrumentos empleados para la realización de este trabajo se controlan por ordenador a través del puerto USB mediante un programa escrito en Labview®. A continuación se describen los instrumentos y sistemas de medida empleados.

2.2 Sistema para generar los twist

Para la aplicación de los twists se cuenta con un motor trifásico conectado un variador (ATV12075M2 Schneider Electric). Este sistema lo controlamos mediante el ordenador utilizando dos convertidores digital-analógico. Con uno de los convertidores mandamos una señal al variador que puede ir desde 0 a 5V, esto nos permite variar la velocidad de giro del motor. Para controlar el sentido de giro y su duración (tiempo de activación del motor) utilizamos otro convertidor con dos salidas analógicas que conectadas al variador a través de dos relés nos permiten controlar el avance y la marcha atrás así como el tiempo de activación del motor en cada sentido (el cual será el mismo en un sentido y en el inverso).

Para generar un twist se programa el sistema para que el motor gire en un sentido durante el tiempo de activación y transcurrido ese tiempo inmediatamente se invierte el sentido de giro y así sucesivamente. En teoría el motor gira a velocidad constante durante el tiempo de activación, pero hay que tener en cuenta que debido a la inercia del sistema al motor le lleva un tiempo llegar a esa velocidad constante cada vez que se invierte el sentido de giro. Por eso hemos realizado un estudio del tiempo de respuesta del motor (que se detallará en la sección de calibración del sistema 2.4) y seleccionado un tiempo de activación mayor al tiempo de respuesta para garantizar que el motor llegue a la velocidad constante correspondiente al voltaje que se le está aplicando. Para generar twists a diferentes intensidades basta con modificar el valor del voltaje que se aplica, más adelante detallaremos la calibración del tiempo de respuesta del motor, de la velocidad respecto al voltaje que se aplica y de la aceleración tangencial que experimenta el sistema en la frontera.

2.3 Sistema de adquisición de imágenes

Ya que el sistema es opaco y no tenemos acceso al interior de la muestra, hemos adquirido tanto imágenes de la superficie libre (parte superior del cilindro) como de la superficie lateral. Debido a la simetría del sistema la superficie lateral es fácil de resolver adquiriendo la imagen con una cámara lineal, como se explicará a continuación. Para la superficie libre hemos utilizado una cámara digital y en ocasiones una cámara web. Por otro lado también hemos hecho uso de una cámara de alta velocidad para obtener información del movimiento del sistema durante la aplicación de los twist.

2.3.1 Cámara lineal

Una cámara lineal, como su nombre indica, toma solo una línea de píxeles y, en general, para obtener una imagen bidimensional, el objeto o la cámara se mueven de manera perpendicular a la línea de píxeles. Cada línea de píxeles adquirida se almacena una al lado de la otra generando así la reconstrucción de la superficie a la que se le está haciendo el barrido. En nuestro experimento dejamos la cámara en una posición fija con la línea de píxeles alineada de manera vertical y hacemos rotar el cilindro. Nosotros hemos utilizado una cámara lineal Schäfter+Kirchhoff modelo SK5148UJR, la cual toma una línea de 5148 píxeles a una frecuencia 1888 líneas por segundo. Al momento de adquirir las imágenes es importante la velocidad a la que se mueve el objeto o la cámara, de manera que la imagen mantenga las proporciones de la superficie de estudio ya que si el barrido se realiza muy rápido o muy lento, la imagen quedará comprimida o alargada en la dirección en la que se realiza

el barrido. Para tener una referencia de la velocidad y el sentido del movimiento de la superficie del cilindro hemos colocado una serie de marcas (figura 2.4) en las que los triángulos nos permiten identificar el sentido de giro del motor (como se verá en la sección de calibración) y los rectángulos nos sirven como guía para identificar la velocidad de giro adecuada para que la imagen sea proporcional a las dimensiones del objeto manteniendo la misma relación de aspecto. En la figura 2.4 tenemos una muestra de las marcas utilizadas y ejemplos de las imágenes obtenidas a diferentes velocidades de movimiento de la superficie, siendo la velocidad adecuada la utilizada en la figura 2.4(c) ya que las proporciones de la imagen coinciden con las de las marcas utilizadas.

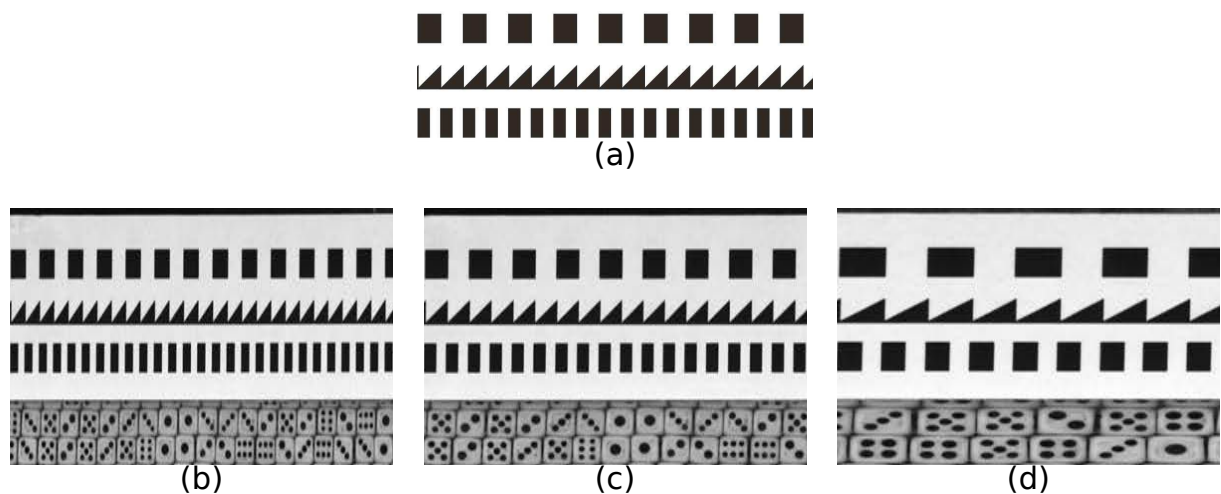


Figura 2.4: (a) Marcas colocadas en el lateral de cilindro, (b) Imagen comprimida debido a la rapidez con la que se mueve el objeto respecto a la velocidad de adquisición, (c) Imagen las mismas proporciones que el objeto (marcas colocadas en la superficie del cilindro) debido a que se este se mueve con la velocidad adecuada, (d) Imagen expandida en la dirección horizontal debido a que la superficie se mueve muy lentamente.

Durante el experimento las imágenes se guardan en forma de matriz, pero debido al gran tamaño de la matriz correspondiente a la imagen completa de la pared del cilindro, ésta se almacena en bloques y luego en post procesamiento se genera la imagen completa y se procede a su tratamiento.

Para evitar los efectos de sombreado en los bordes de la imagen se utilizaron dos placas de leds orientadas hacia ambos lados de la región de interés donde se toma la línea de píxeles para generar una iluminación uniforme.

2.3.2 Cámara digital y cámara web

Estas cámaras las hemos utilizado para adquirir las imágenes de la superficie libre de la muestra granular. La cámara digital que utilizamos es una cámara Nikon D300 con una resolución de 12 Megapíxeles y la cámara web es una cámara Logitech modelo c270 con una resolución de 1280x720 píxeles. En cada caso la cámara la colocamos sobre en la parte superior del cilindro y en desplazador vertical para poder variar su altura y enfocar la mayor área posible en cada experimento ya que a veces variamos el número de capas de la muestra granular. Para tener una iluminación uniforme colocamos

un anillo de leds alrededor del lente de la cámara.

2.3.3 Cámara de alta velocidad

Hemos utilizado una cámara de alta velocidad, marca Photron modelo FASTCAM Mini UX100, con una resolución de 1280x1024 píxeles y tasa de adquisición de videos de hasta 4000 cuadros por segundo cuando la imagen está a la máxima resolución. Esto nos permite observar detalladamente el movimiento del sistema durante la aplicación de los twists.

2.4 Calibración del sistema y parámetro de control

Para estudiar cómo es la velocidad y el tiempo de respuesta del motor Δ_t respecto al voltaje aplicado, hemos utilizado dos métodos: uno con la cámara lineal y otro con la cámara rápida.

Con la cámara lineal, para ver cómo es la respuesta del sistema, rellenamos el cilindro con una carga 26000 partículas (aproximadamente 3 kg) y colocamos las marcas que hemos diseñado (figura 2.4(a)) en el lateral del cilindro, luego adquirimos la imagen de la superficie lateral durante la aplicación de un twist, de esta manera obtenemos información de la velocidad y el sentido de giro. En la figura 2.5 tenemos un ejemplo de cómo es movimiento en la superficie lateral del cilindro durante la aplicación de un twist. Mediante la orientación de los triángulos podemos observar cuándo se invierte el sentido de giro y mediante en ancho de los rectángulos podemos calcular la velocidad del movimiento. Se observa que al principio el motor gira a velocidad constante en un sentido, los rectángulos y el espacio entre ellos permanece constante, pero al invertir el sentido de giro el ancho de los rectángulos y su espaciado aumenta evidenciando que el sistema experimenta una desaceleración y le lleva un tiempo retomar la velocidad constante en el sentido contrario.

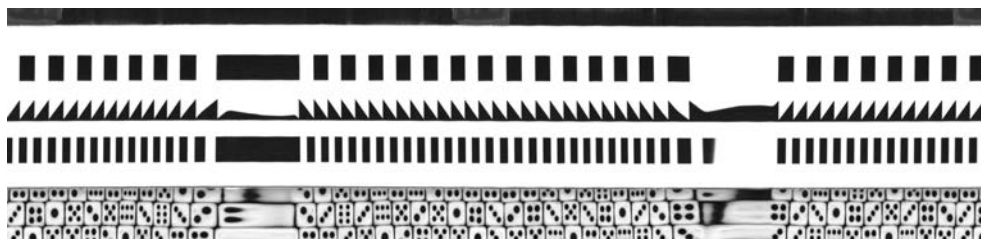


Figura 2.5: Imagen obtenida con la cámara lineal de la superficie lateral del cilindro durante la aplicación de un twist.

Este método presenta un limitante que es la resolución espacial proveniente del ancho de los rectángulos la cual hace que no se pueda determinar con exactitud el momento en que el sistema se detiene y alcanza la velocidad constante en el sentido contrario.

Con la cámara de alta velocidad tenemos mayor resolución temporal y podemos determinar con mayor exactitud el tiempo de respuesta Δ_t del motor. Para esto hemos diseñado el sistema de la figura 2.6 en el cual colocamos la cámara en la parte superior de la base del cilindro con una línea de guía marcando el radio (ver figura 2.6(a)) y colocamos una carga 3kg (aproximadamente la carga que

se utilizó en la mayoría de los experimentos) (ver figura 2.6(b)).

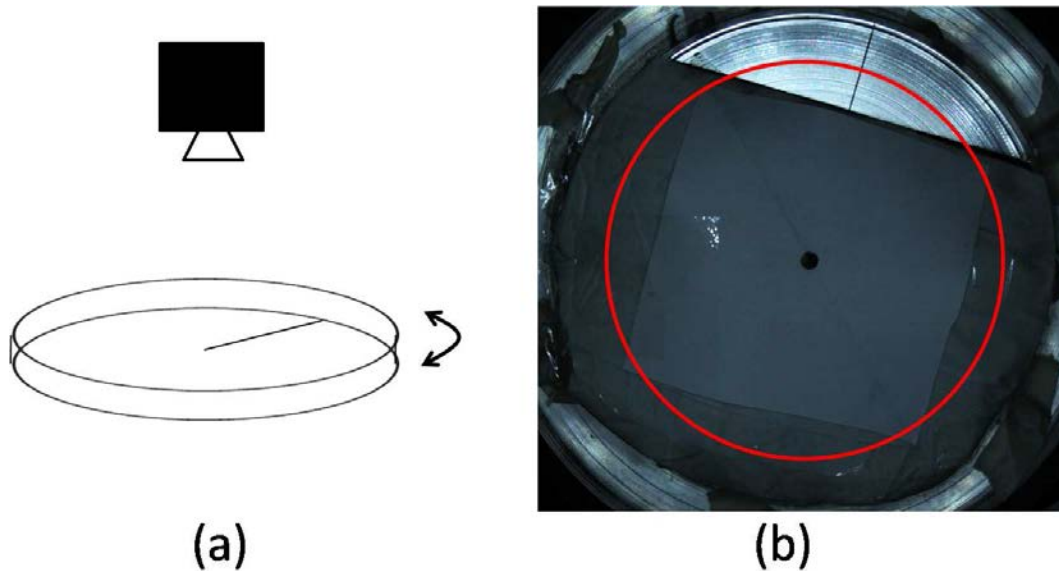


Figura 2.6: (a) Esquema del montaje para la realización de un diagrama espacio temporal, (b) Fotografía del sistema con la carga de 3kg, conformada por una especie de almohada de esferas plomo colocada en la base de manera tal que nos permita observar la línea guía del radio (en negro) y la línea circular (en rojo) indica la línea tomada para realizar el diagrama espacio temporal.

En este sistema tomamos videos a una tasa de 1000 cuadros por segundo durante la aplicación varios twists, a distintas velocidades para cada experimento. La línea circular marcada en rojo (ver figura 2.6(b)) la extraemos de las imágenes de exposiciones sucesivas, luego la convertimos en una línea recta y la colocamos una al lado de la otra para construir un diagrama espacio temporal (ver figura 2.7(a)) en el cual la dimensión horizontal corresponderá al tiempo y la vertical al desplazamiento angular, de esta manera podemos ver cómo es la evolución en el tiempo del movimiento del motor, ya que la línea marcada en rojo pasa por la línea del radio de la base que nos sirve como guía. Así una rotación con velocidad constante daría una serie de líneas paralelas, y en el caso de que el sistema rote en una dirección e invierta el sentido de giro obtendríamos un perfil con forma de “V”. Sin embargo al invertirse el sentido de giro observamos unas deformaciones que están asociadas a la inercia del sistema y a que el motor tiene un engranaje helicoidal cuyos dientes hacen que el sistema se frene a golpecitos, como se ve en la figura 2.7(b), esto al final no es tan grave ya que no estudiamos directamente cómo es el frenado y arranque del motor, si no los puntos en los que el motor deja o empieza el movimiento a velocidad constante (puntos en rojo de la figura 2.7(b)) como veremos más adelante.

Del diagrama espacio temporal podemos obtener información de la velocidad de rotación del sistema y del tiempo que efectivamente el motor gira a velocidad constante en un sentido en el otro. Las pendiente de las líneas son directamente la velocidad angular ω , y el hecho de que sean positivas o negativas corresponde a que el sistema esta rotando en un sentido o en el inverso, en módulo las pendientes son esencialmente las mismas con lo cual queda claro que el motor rota con la misma

velocidad hacia la izquierda que a la derecha.

Teniendo la velocidad angular ω , calculamos cuál es la velocidad tangencial en el borde del cilindro $V_t = r\omega$ donde r es el radio del cilindro. Al hacer el estudio de la velocidad para diferentes valores de voltajes aplicados al motor, obtenemos la gráfica de la parte superior de la figura 2.8 en la que se observa que la respuesta de la velocidad respecto al voltaje es lineal.

Para determinar el tiempo de respuesta del motor a partir los diagramas espacio-temporales, identificamos las secciones en las que se invierte el sentido de giro y trazamos una líneas que proyectan la pendiente que indica que el motor gira a velocidad constante, luego estas líneas se interceptan con una línea horizontal en el momento en que la velocidad del motor comienza a disminuir, de las intercepciones de estas líneas (puntos marcados en rojo, figura 2.7(b)) calculamos el tiempo Δt que le lleva al motor cambiar el sentido de giro.

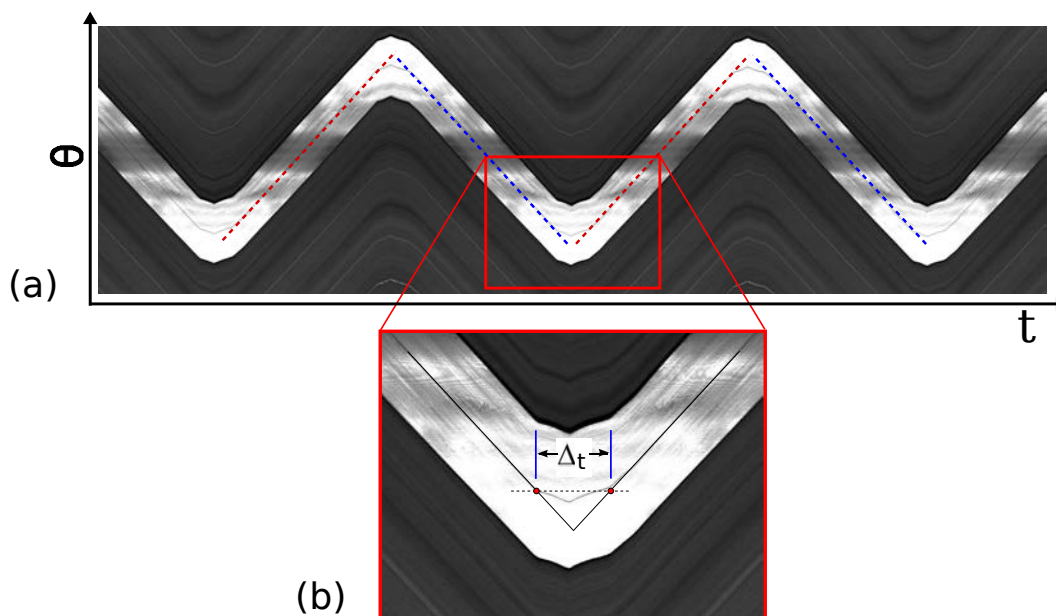


Figura 2.7: (a) Ejemplo del diagrama espacio temporal de uno de los experimentos, (b) Sección del diagrama en la que se invierte el sentido de giro.

Teniendo la velocidad tangencial y tiempo que le lleva al motor cambiar el sentido de giro podemos calcular la aceleración media a_t que experimenta el sistema en la superficie lateral como

$$a_t = \frac{V_f - V_i}{t} = \frac{2V_t}{\Delta t}$$

Ya que $V_f = -V_i = V_t$, donde V_t es la velocidad tangencial constante en la superficie lateral del cilindro y Δt el intervalo de tiempo (medido entre los puntos rojos, figura 2.7(b)) en el cual el motor invierte el sentido de giro y alcanza velocidad constante. En la gráfica de la parte central de la figura 2.8, tenemos cómo es el tiempo de respuesta del motor Δ_t para diferentes voltajes, observamos que éste varía de manera irregular lo cual hace que la respuesta de la aceleración del sistema sea no lineal.

El parámetro de control utilizado es gamma Γ una aceleración adimensional, que en el caso de los experimentos de compactación por medio de agitación se define como la aceleración máxima que experimenta el sistema, dividida por el valor de la aceleración de la gravedad. En nuestro caso Γ la definimos como aceleración tangencial media a_t que experimenta el sistema cada vez que se invierte el sentido de giro, dividida por la aceleración de la gravedad g para obtener un valor de referencia con el cual comparar.

$$\Gamma = \frac{a_t}{g}$$

En la figura 2.8, se presentan los resultados obtenidos para la calibración de la velocidad tangencial, el tiempo de respuesta Δ_t del motor y aceleración adimensional respecto del voltaje.

Observamos que a pesar de que la respuesta de la velocidad es lineal respecto al voltaje, la respuesta del tiempo del motor es irregular, ya que debido a las características de éste y su inercia los Δ_t varían de distinta manera para cada voltaje aplicado, lo cual hace que la respuesta del parámetro de control Γ sea no lineal como se muestra en la parte inferior de la figura 2.8.

2.5 Protocolo de medida

En esta sección se describe cómo es el procedimiento para la realización de cada experimento. Primero se realiza el llenado de la celda con el material granular. Para garantizar tener una condición inicial similar en cada experimento, el llenado de la celda lo realizamos mediante un tubo de menor diámetro colocado en la parte central de la celda, este tubo lo llenamos con las partículas y luego se retira. De esta manera evitamos también que cuando se utilizan cubos éstos tengan una dirección de alineación favorecida por el contacto de las partículas con la pared al momento del llenado. Una vez que hemos llenado la celda, la acoplamos a la base del motor y se procede a la ejecución del experimento.

El sistema experimental se encuentra automatizado para aplicación de los twists y la adquisición de imágenes, los instrumentos se controlan mediante un programa escrito en Labview© con el que se realizan las siguientes operaciones:

1. Se configuran los instrumentos.
2. Se selecciona el valor de aceleración Γ y la cantidad de twists que se desean aplicar durante el experimento.
3. Se configura la tasa de adquisición de las imágenes, seleccionando la cantidad de twists que se desean aplicar entre foto y foto.
4. Se aplica el número de twists deseados.
5. Una vez que se han aplicado los twists se rota el cilindro 360° y simultáneamente se adquiere la imagen de la superficie lateral con la cámara lineal, la cual se almacena en bloques de matrices.

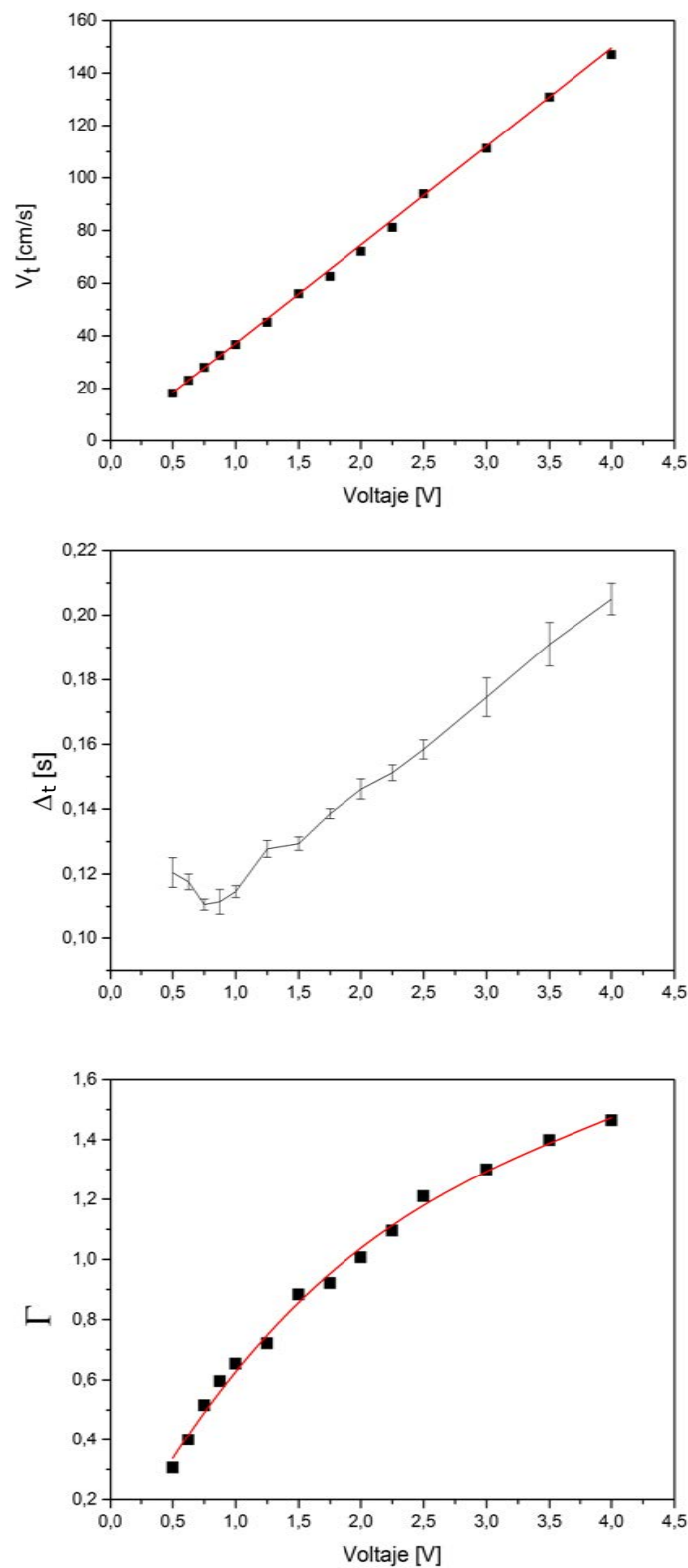


Figura 2.8: Gráficas de la calibración del sistema, (parte superior) Calibración de la velocidad tangencial en el borde del cilindro respecto al voltaje, (parte central) tiempo de respuesta Δ_t que le lleva al motor alcanzar la velocidad constante V_t cada vez que se invierte el sentido de giro, (parte inferior) parámetro de control Γ respecto al voltaje.

6. Luego de adquirir la imagen con la cámara lineal se toma una foto de la superficie libre con la cámara digital o cámara web.
7. Después de tomadas las imágenes, se repite el proceso a partir del punto 4 hasta completar el número total de twists que se configuró para todo el experimento.

2.6 Procesamiento de imágenes

Para el tratamiento de imágenes se han desarrollado varios programas utilizando la herramienta *Image Processing Toolbox* de MATLAB®. A continuación describiremos el procedimiento para el análisis de diferentes características de las imágenes de la superficie lateral.

Imágenes obtenidas con la cámara lineal

De las imágenes obtenidas con la cámara lineal, determinamos la altura de la muestra granular para estimar la fracción de compactación volumétrica Φ_V del sistema y también el número de cubos en contacto con la pared, para definir una fracción de compactación superficial Φ_s . Además estudiamos las orientaciones de las partículas y su función de distribución radial. En la figura 2.9 se presenta una imagen típica del sistema a partir de la cual realizamos el procesamiento.

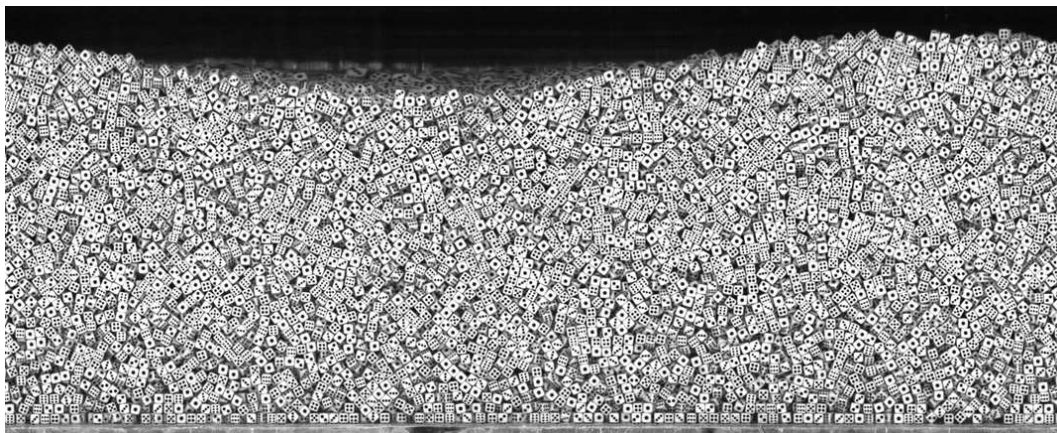


Figura 2.9: Imagen típica de la superficie lateral del sistema obtenida con la cámara lineal, la cual se encuentra en escala de grises de 256 niveles.

2.6.1 Determinación de la altura de la muestra

La determinación de la altura la realizamos identificando el borde del material en la superficie libre. En la figura 2.10 se presenta una sección de las imágenes obtenidas en cada una de las etapas del proceso de análisis.

Iniciamos el proceso con la imagen obtenida de la cámara lineal (figura 2.10(a)), luego le aplicamos la operación “*imclose*” del paquete de herramientas *Image Processing Toolbox* de MATLAB, para

difuminar el contraste de la imagen producido principalmente por los puntos de las caras de los dados, obtenemos así la imagen de la figura 2.10(b).

Luego binarizamos la imagen obtenida, la cual se encuentra en escala de grises y con esta operación la convertimos en una imagen blanco y negro donde se puede diferenciar precisamente hasta donde llega el material. En esta etapa definimos un umbral de intensidad i_u de manera que los píxeles con una intensidad $i > i_u$ pasen a ser blancos y los píxeles con una intensidad $i < i_u$ pasen a ser negros (figura 2.10(c))

Posteriormente aplicamos un filtro que detecta gradientes de intensidad y crea una imagen en la que los píxeles donde hay mayor gradiente aparecen en blanco (figura 2.10(d)). En esta imagen identificamos la posición de los píxeles blancos y sacamos un promedio de las coordenadas “y” para obtener una altura promedio $\langle h \rangle$.

En los experimentos sabemos cual el número total de cubos que conforman nuestra muestra granular y con la altura promedio obtenida de las imágenes, definimos la fracción de compactación como el volumen total de los cubos en el cilindro V_c , entre el volumen correspondiente a un cilindro de la altura obtenida del procesamiento de imágenes $V_{\langle h \rangle}$. De esta manera la fracción de compactación volumétrica queda como

$$\Phi_V = \frac{V_c}{V_{\langle h \rangle}}$$

2.6.2 Determinación del número de cubos en contacto con la superficie lateral

En esta etapa tomamos una región de estudio que va desde la base hasta la altura de la muestra granular la cual va a depender de el número de cubos que se deposite en el contenedor. Esta altura la determinamos calculando un estimado del número de cubos que entran en el plano de una sección transversal del contenedor (esta estimación se detallará en la sección del estudio de la fracción de compactación volumétrica, sección 3.1), sabiendo el número de cubos que entran en un plano calculamos el número de capas que conformarían la muestra granular, y con este dato calculamos la altura de la región de estudio.

Para determinar el número de cubos en contacto con la superficie lateral, partimos de la imagen en escala de grises obtenida con la cámara lineal (figura 2.11 (a)). Iniciamos el proceso binarizando la imagen, así obtenemos la imagen blanco y negro que se muestra la figura 2.11 (b).

Luego se invierte la imagen binarizada (los píxeles blancos pasan a ser negros y viceversa), y nos quedamos solo con los elementos de forma circular, esto lo realizamos utilizando la función “*regionprops*” de *MATLAB* tomando en consideración las propiedades de extensión y excentricidad. La extensión se refiere a la razón que hay entre el área de un elemento y el rectángulo imaginario que lo rodea (en el caso de un círculo esta propiedad toma el valor de 0,79) y la excentricidad se refiere a la razón entre la distancia focal de una elipse que rodea al elemento y la longitud del eje mayor (en el caso de un círculo la excentricidad es 0). En nuestro caso identificamos esta dos propiedades nos quedamos solo con aquellos elementos que posean un valor de extensión mayor que 0,70 y con

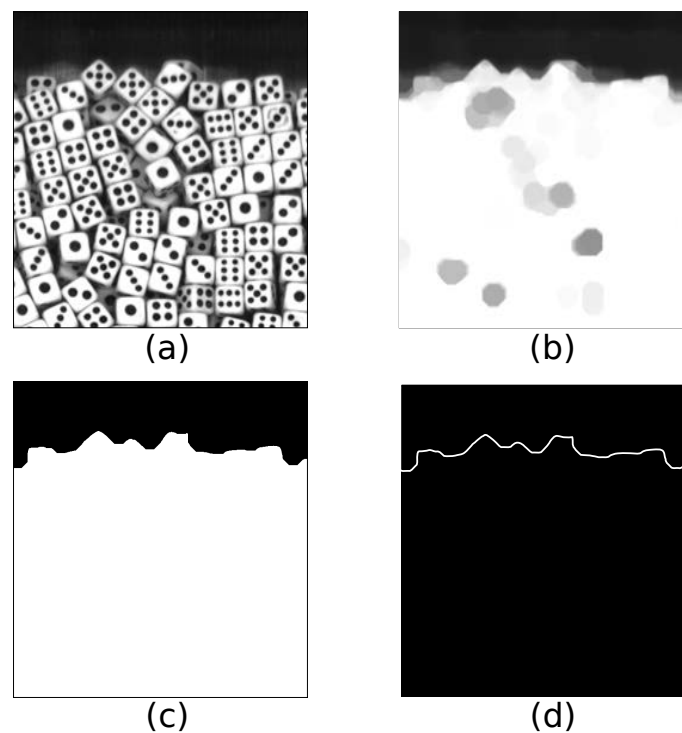


Figura 2.10: Etapas del proceso de análisis de imagen para la determinación de la altura. Las imágenes corresponden a una sección de la imagen total para distinguir los detalles del procedimiento. (a) Imagen original, (b) y (c) muestran las imágenes obtenidas luego aplicar la operación para difuminar el contraste producido los puntos de las caras de los dados y los intersticios, y la binarización de ésta. En (d) se muestra la imagen que resulta tras aplicar el filtro de gradientes de intensidad para determinar el borde superior de la muestra.

un valor de excentricidad menor que 0,6, obteniendo la imagen de la figura 2.11 (c) correspondiente solo a los puntos de las caras de los dados.

Partiendo de la figura 2.11(c) identificamos la posición (coordenadas x,y) cada uno de los centros de los puntos utilizando la igualmente la función “*regionprops*” de *MATLAB*. Posteriormente medimos las distancias entre cada uno de los puntos, luego realizamos un barrido por todos los elementos para identificar los elementos vecinos que se encuentran a una distancia de corte igual a la distancia de separación máxima que pueden tener dos puntos de una misma cara, sin exceder la distancia entre puntos de caras adyacentes. De esta manera podemos agrupar los puntos que pertenecen a una misma cara, e identificar el número de la cara correspondiente. En la figura 2.11(d), tenemos enlazados los puntos identificados que pertenecen a una misma cara.

Luego de tener agrupados los puntos que pertenecen a una misma cara, calculamos el centroide de ese grupo de puntos, obteniendo así el centro de cada una de las partículas (figura 2.11(e)).

Con esta información podemos definir una fracción de compactación superficial en base al número de cubos en contacto con la pared Φ_s como

$$\Phi_s = \frac{\text{n}^\circ \text{de cubos en contacto con la pared}}{\text{n}^\circ \text{total de cubos que caben en la región de estudio}}$$

Donde el número de total de cubos que entran dentro de la región de estudio viene determinado por el número de cubos que entran en la periferia del cilindro (103 cubos) y el número de capas que conformarían la muestra granular.

2.6.3 Detección de orientaciones

Las orientaciones las calculamos tomando como referencia la diagonal del cuadrado de las partículas. Para ello utilizamos la posición de los centros de las partículas y la de los puntos que conforman cada cara. Identificar la diagonal para las caras 2,3 4 y 5 resulta fácil porque tienen puntos que se ubican directamente en la diagonal, a diferencia del caso de las caras correspondientes al 1 y al 6 donde no tenemos puntos de referencia que nos den información de donde se encuentran las esquinas, así que reportamos datos correspondientes a dos tercios (2/3) de la muestra granular. Para identificar la diagonales calculamos las componentes de los vectores que van desde el centro de la partícula hasta cualquiera de los puntos ubicados en las esquinas, luego hacemos la transformación correspondiente si es necesario para obtener el vector que va desde centro hasta la esquina superior, finalmente la orientación la representamos desde la diagonal de la esquina inferior respecto de la horizontal, figura 2.12. Pero, para análisis posteriores, a estos datos les restamos $\pi/4$ para que queden en el primer cuadrante, como veremos en el siguiente capítulo.

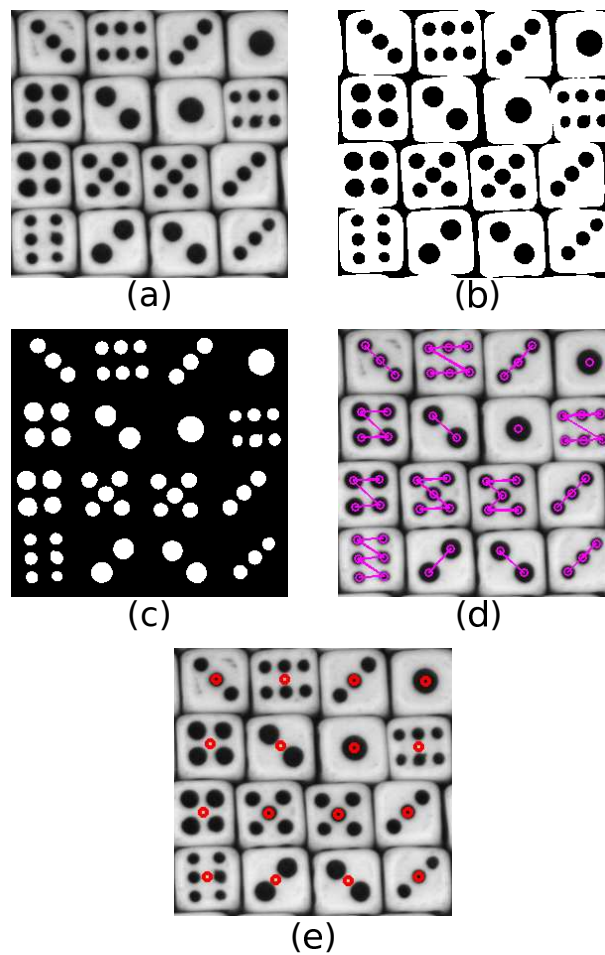


Figura 2.11: Etapas del proceso de análisis de imagen para el estudio del número de cubos en contacto con la pared, las imágenes corresponden a una sección de la región de estudio ampliada para distinguir los detalles del procedimiento. (a) Imagen original, (b) Imagen resultante luego de la binarización, (c) Resultado final tras la inversión de la imagen e identificación de los elementos circulares, (d) Resultado de la agrupación de puntos de una misma cara, representados de manera enlazada en violeta, (e) Resultado del cálculo de la posición de las partículas, representado en rojo los centros.

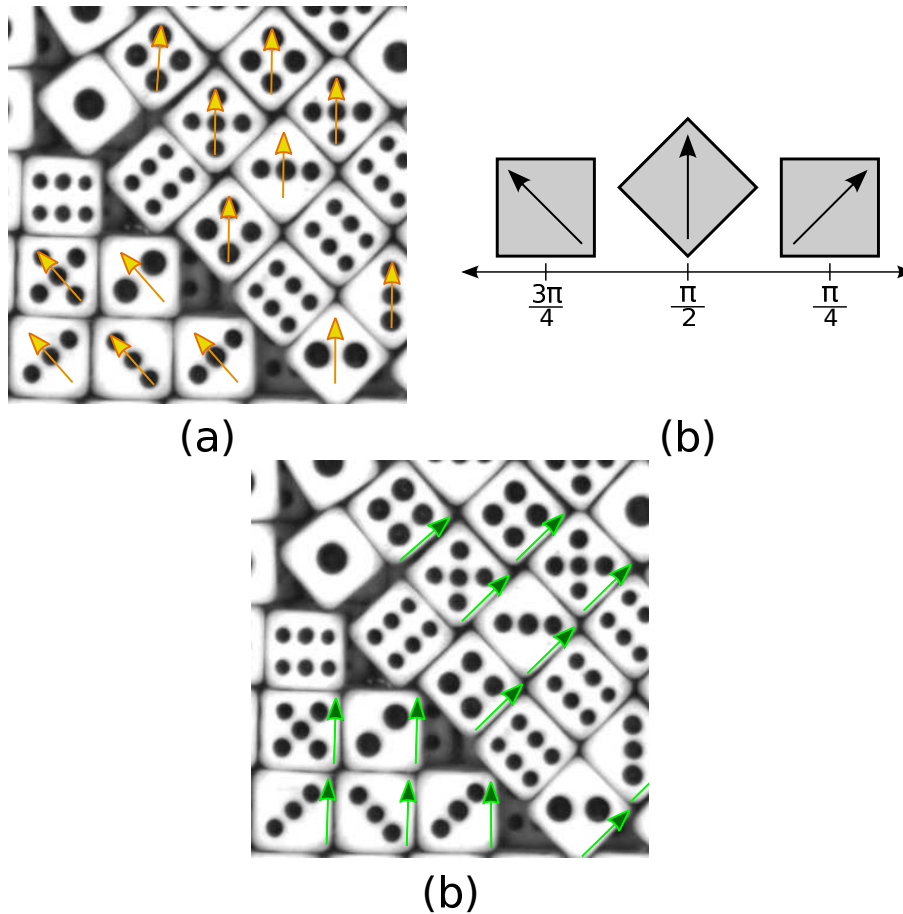


Figura 2.12: Representación de las orientaciones, (a) Imagen procedente de la figura 2.11, pero en este caso representando los vectores correspondientes la diagonal de las partículas. (b) Diagrama representativo del rango que utilizamos para representación de las orientaciones, las cuales definimos a partir de la diagonal de la esquina inferior respecto de la horizontal. (c) Representación de las orientaciones haciendo la transformación de restar $\pi/4$ para reportarlas en base a la orientación de un lado de la partícula.

Capítulo 3

Resultados Experimentales

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante las técnicas descritas en el capítulo precedente. Por lo tanto, se estudiará cómo se compacta y ordena un grupo de partículas cúbicas cuando se someten a un esfuerzo de corte aplicado por una celda cilíndrica.

Nuestro método de compactación consiste en aplicar rotaciones alternantes al contenedor cilíndrico, a las que en adelante nos referiremos por su expresión inglesa: *twist*. Nuestro parámetro de control, Γ , se ha inspirado en el parámetro de control usual que se utiliza para caracterizar la magnitud de la perturbación aplicada mediante la agitación vertical, aunque en nuestro caso, su interpretación no resulte tan obvia como puede parecer en el caso de *tapping* vertical.

Así, en la figura 3.1 podemos observar de manera general cuál es el resultado de nuestro mecanismo de compactación. En la Fig. 3.1 (a) puede verse una fotografía de la condición inicial de una secuencia experimental y luego de aplicar una serie *twists*, Fig. 3.1. (b). Resulta obvio como el sistema se organiza en un empaquetamiento compacto que con una simple inspección visual parece estar formado por una serie de capas concéntricas de dados con sus caras paralelas a las fronteras del sistema.

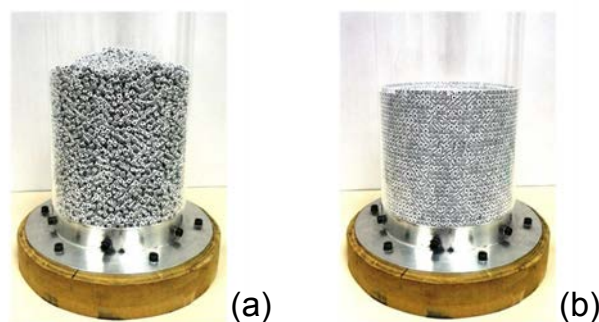


Figura 3.1: Ejemplo del resultado obtenido al aplicar *twists* como mecanismo de compactación. (a) Condición inicial del experimento y (b) luego de aplicar una serie de *twists*.

En este capítulo presentaremos por tanto la evolución tanto macroscópica como microscópica del ordenamiento de las partículas que componen la muestra estudiada. En la primera parte presen-

taremos la evolución de la fracción de compactación volumétrica Φ_V y superficial Φ_S , su dependencia con el parámetro de control Γ y con el número de partículas, N , presentes en la celda. Posteriormente discutiremos el rol que tienen estas magnitudes cuando se consideran de forma conjunta. Finalmente se introducirán diferentes indicadores microscópicos que permitirán extraer conclusiones sobre como evoluciona el ordenamiento de las partículas para conformar los estados de compactación discutidos al comienzo.

3.1 Estudio de la fracción de compactación volumétrica

En esta sección estudiaremos como evoluciona la fracción de compactación volumétrica Φ_V y discutiremos en detalle los factores que deben ser cuidadosamente controlados para su determinación. Dado que el medio es opaco y no contamos con técnicas de tomografía para estudiar la parte interna de la muestra, que por otra parte serían difíciles de adaptar a una geometría tan extensa como la nuestra, la determinación de la fracción de compactación se realizará mediante la comparación directa del volumen aparente ocupado por los dados respecto del volumen real del conjunto de esos N dados. Para ello necesitamos caracterizar muy bien el perfil de la superficie libre que conforman los cubos (luego de una serie de twists), tal y como se comentó en la Sec. 2.6.1.

Al inicio del proceso, la superficie libre es relativamente homogénea debido al desorden inicial y la determinación y cálculo de un perfil medio está bien acotado a partir de la altura de la muestra registrada en la superficie lateral. De esta manera podemos determinar la fracción de compactación $\Phi_{V_i} = \frac{\text{Volumen real}}{\text{Volumen aparente}}$. No obstante, a medida que los twists actúan sobre el sistema, este comienza a ordenarse formando capas tanto en la dirección horizontal como en la vertical, tal y como puede verse en la Fig. 3.2. De las imágenes de la superficie libre resulta claro que el ordenamiento en forma de capas trae como efecto indeseado, la deformación de la misma en forma de inestabilidad centrífuga que “curva” el perfil libre, haciendo que queden capas incompletas en el centro. Además, algunos dados forman un anillo extra por encima del plano en que deberían estar debido básicamente al efecto de la aceleración centrífuga. Por tanto, nuestra estimación de la fracción de empaquetamiento estará siempre sesgada por el error sistemático que supone considerar el exceso de altura introducido por las partículas que forman el anillo extra al salir despedidas de la parte central de la celda. Con objeto de corregir este *offset*, especialmente en lo que se refiere a la determinación de la fracción de volumen que alcanza el sistema cuando el número de twists se vuelve muy grande, decidimos determinar Φ límite a partir del análisis del número medio de cubos que ocupan cada una de las capas en que se acomodan los mismos luego del máximo número de twists aplicados, es decir, medio millón. Este es el número máximo de twists que hemos utilizado debido tanto a la limitación temporal que implica aplicar secuencias tan largas como también al desgaste que introduce en el sistema de transmisión mecánica su uso tan prolongado.

En consecuencia, debemos poder definir de forma clara el estado de referencia con el cual comparar los diferentes estadios de compactación por los que evoluciona el sistema. Luego de analizar varias opciones hemos elegido como estado de referencia el estado de máxima compactación que este podría alcanzar. Para ello, necesitamos conocer cuál es el número máximo de cubos que pueden alojarse dentro de un volumen cilíndrico, aunque por simplificar el problema, hemos asumido que este límite corresponde a planos superpuestos de dados ordenados en una superficie plana de

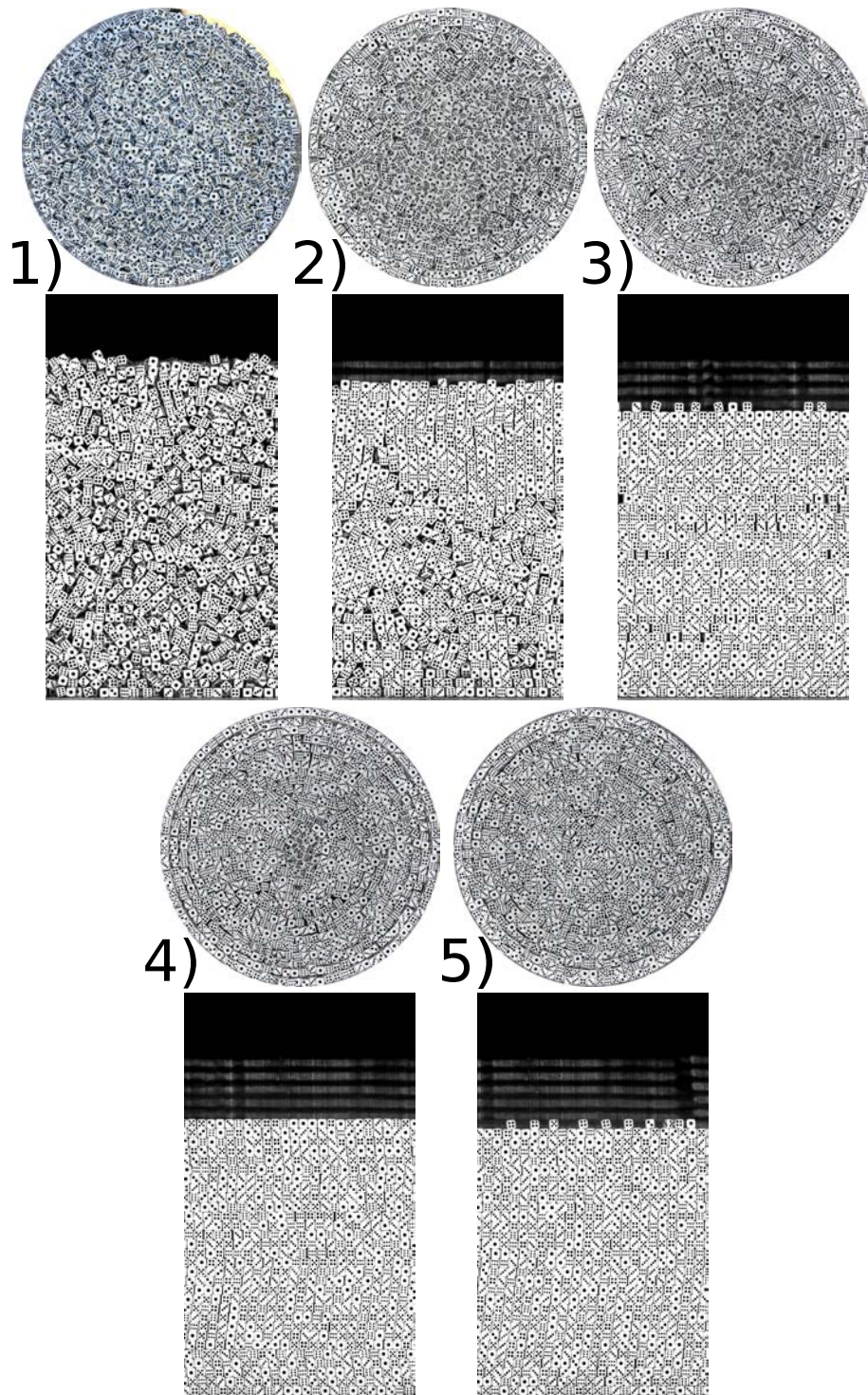


Figura 3.2: Evolución de la superficial lateral y superior de la muestra granular durante el proceso de compactación. En 1) vemos como es la condición inicial, en 2) luego de aplicar 50 twists, en 3) luego de 1000 twists, en 4) luego de 9000 twists y en 5) luego de aplicar 20000 twists, para un experimento de $\Gamma = 1$.

sección circular. Aún en este caso, el problema no tiene solución analítica y solo se ha podido calcular la máxima fracción de compactación para aquella circunferencia que contiene un total de 35 cuadrados circunscritos [32], lo cual implica una relación del radio del contenedor versus lado del cubo de $\sqrt{52}/2 \cong 3,640$. Dado que en nuestro caso esta relación es de más de 17, el número posible de cuadrados a empaquetar es significativamente mayor. Por otra parte, debido a que nuestros cubos tienen aristas redondeadas, este problema se torna prácticamente imposible de resolver formalmente de modo que solo podemos hacer una estimación aproximada del número máximo de cubos que es posible empaquetar dentro de las fronteras circulares de la celda. Para ello, y teniendo en cuenta que los twists tienden a acomodar los dados en forma de anillos concéntricos, decidimos estimar la máxima compactación acomodando manualmente los cubos en forma de capas concéntricas. Mediante este procedimiento fuimos capaces de acomodar 898 cubos en la base de nuestra celda. Por otra parte, decidimos realizar una estimación numérica, “llenando” numéricamente desde fuera hacia adentro la superficie libre de la base. Estas estimaciones (que se encuentran detalladas en la Tabla 3.1) sugieren que el máximo número que puede ser acomodado es de 899 cubos, es decir, solo uno por encima del que fuimos capaces de acomodar manualmente. Esta pequeña diferencia, menor al 1 %, nos permite asumir que el mecanismo de llenado inducido por nuestra perturbación tendría como máxima fracción para una capa el de 898 cubos, lo que implica una fracción de volumen ocupado para cada capa superior al 94 %.

Con objeto de comprobar si estas estimaciones eran aceptables y si el sistema por sí mismo podía aproximarse a un estado semejante, estudiamos el proceso de compactación con un número inicial de 989 dados, 100 más de los que se esperaba se acomodaran en una capa. Luego de algunos twists el sistema está prácticamente ordenado en una única capa con un pequeño “hueco” central y el resto de los dados se encuentran superpuestos en la periferia. Acomodando poco más de una decena de dados (de forma manual) en la región central podemos encontrar una fracción de compactación muy próxima a la alcanzada en los experimentos descritos más arriba, tal y como puede verse en la figura 3.3.

Luego de haber estimado el valor de compactación máximo de nuestro sistema, procedimos a determinar cual es el número promedio de cubos por capa cuando llenamos la celda con decenas de miles de dados y aplicamos 500.000 twists a la máxima amplitud posible. En este límite se observa claramente una saturación en la altura del perfil medio de la superficie libre, salvo pequeñas fluctuaciones asociadas a la aparición y desaparición de uno o dos dados en la periferia que pueden ser “desorbidos” o “absorbidos” por la superficie libre. Luego de llegar a esta saturación, procedimos a registrar la deformación típica de la superficie libre, y más importante, realizamos un proceso manual de *peeling*, retirando cuidadosamente las partículas que conforman las capas superiores hasta dejar al descubierto capas que no contenían cubos en otras orientaciones que no fueran paralelas a la base de la celda. Para cada capa fotografiamos su configuración, determinando así el número de partículas presentes en cada una de ellas. Por ejemplo, luego de hacer *peeling* a un experimento con 27.000 dados, encontramos que en la capa nº 27 de 30, es decir luego de remover las tres primeras capas (en adelante definiremos la altura desde la base en función del número de dados superpuestos que cabrían en ella) entraban 893 cubos, mientras que se pudo determinar que la capa 20 (luego de remover 10 capas) alojaba 889 cubos, tal y como puede verse en la Fig. 3.4.

Número de Anillo	Número de Partículas	
	Teórico	Experimental
1	3	3
2	9	9
3	15	15
4	21	21
5	28	27
6	34	34
7	40	41
8	47	46
9	53	53
10	59	59
11	65	65
12	72	72
13	78	78
14	84	84
15	91	91
16	97	97
17	103	103
total	899	898

Tabla 3.1: Número de cubos por anillo.

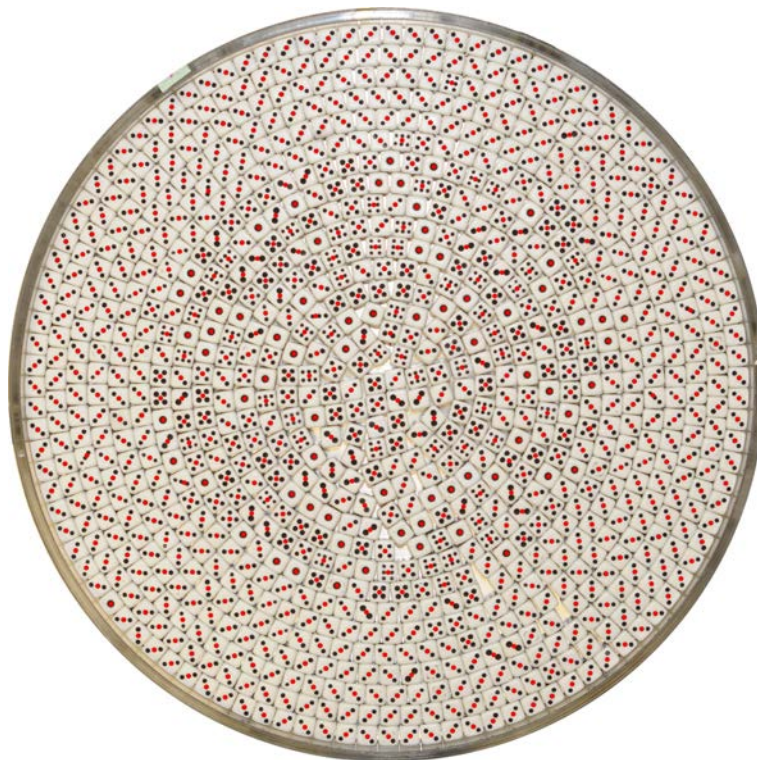


Figura 3.3: Número máximo de dados que entran colocados experimentalmente en una capa del contenedor.

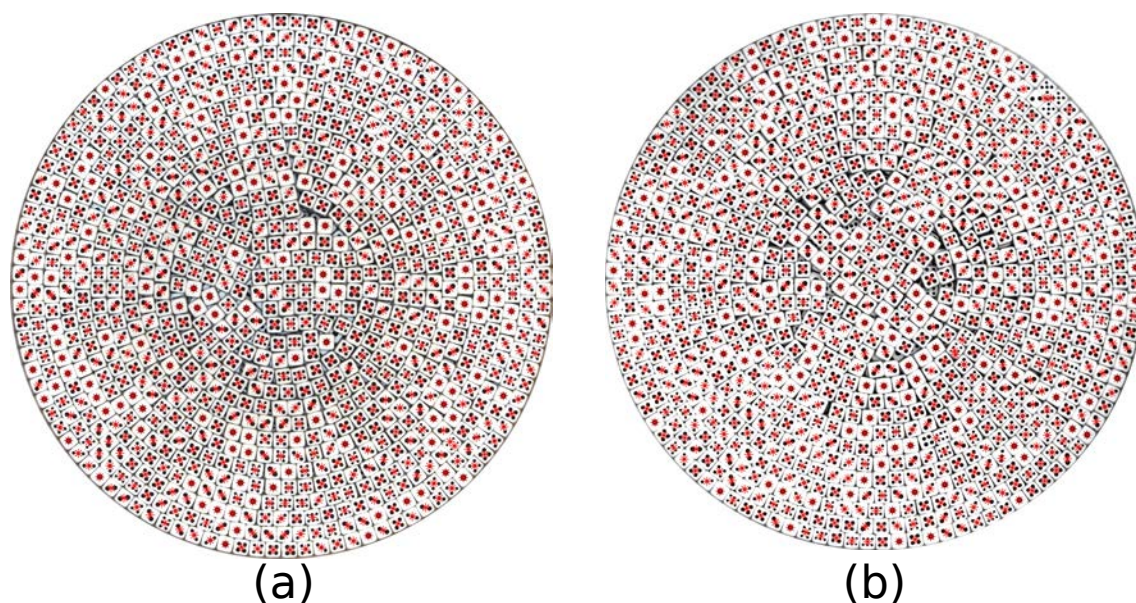


Figura 3.4: Estados obtenidos luego de aplicar 500.000 twists a $\Gamma = 1$. En (a) se han retirado manualmente (*peeling*) las 3 capas superiores encontrándose un total de 893 alojados en la capa, en (b) se retiraron 10 capas y se encontraron alojados 889 cubos.

Estos resultados resultan muy llamativos, ya que el proceso de compactación espontáneo inducido por el twist es comparable al realizado manualmente. En efecto, dado que el número máximo alcanzado manualmente era de 898 dados hay en promedio menos de 10 partículas de diferencia entre ambos procedimientos. En adelante, asumiremos que el número típico de dados que se pueden empaquetar mediante la aplicación de un número de twist lo suficientemente elevado es de 890 cubos por capa.

Este valor nos servirá para calcular la altura de referencia o “altura teórica” que tendría un conjunto cualquiera de dados si los acomodáramos como capas sucesivas, es decir, la altura hipotética que alcanzaría la superficie libre si el ordenamiento por capas fuera perfecto. Como mencionamos al principio de esta sección, la inestabilidad centrífuga a la que se ven sometidas las partículas de la capa superior, hace que en muchos casos ésta no se llene como es esperado y que algunos cubos no completen la capa superficial sino que se desplacen hacia la periferia de la celda, como se ve en la figura 3.2. Hemos comprobado que esta “curvatura” es repetitiva desde el punto de vista del perfil extraído por la imagen lateral, más allá de que algunos dados puedan ubicarse en un segundo anillo interior, algo que resulta irrelevante para altura estimada desde el perfil lateral del sistema. Con toda esta información, la altura determinada a partir de la cámara lateral ha sido corregida para eliminar el error sistemático que inducen los dados que se escapan de la última capa.

Por tanto, y teniendo en cuenta la simetría cilíndrica de la celda, la fracción de volumen para cualquier twist aplicado, Φ_V , se calculará como el cociente entre la altura obtenida mediante el perfil superior del empaquetamiento respecto de la altura teórica que correspondería a un sistema formado por capas superpuestas de 890 dados cada una.

3.1.1 Homogeneidad estadística de las determinaciones

Antes de discutir la dependencia funcional de la fracción de compactación con la perturbación aplicada, es necesario verificar la repetitividad de las medidas presentadas. Para ello, realizamos varios experimentos bajo las mismas condiciones, utilizando 13.450 partículas (que correspondería a una altura de 15 capas) y sometiendo al sistema a una perturbación de $\Gamma = 1,01$. En la figura 3.5 se muestran los resultados de cinco experimentos distintos. Este es el mismo número de repeticiones utilizado en experiencias similares [17, 30] aunque en nuestro caso hemos limitado también el número de capas debido a que la duración de cada secuencia es de varios días con el consecuente desgaste del sistema que puede no ser despreciable luego de dos millones y medio de ciclos.

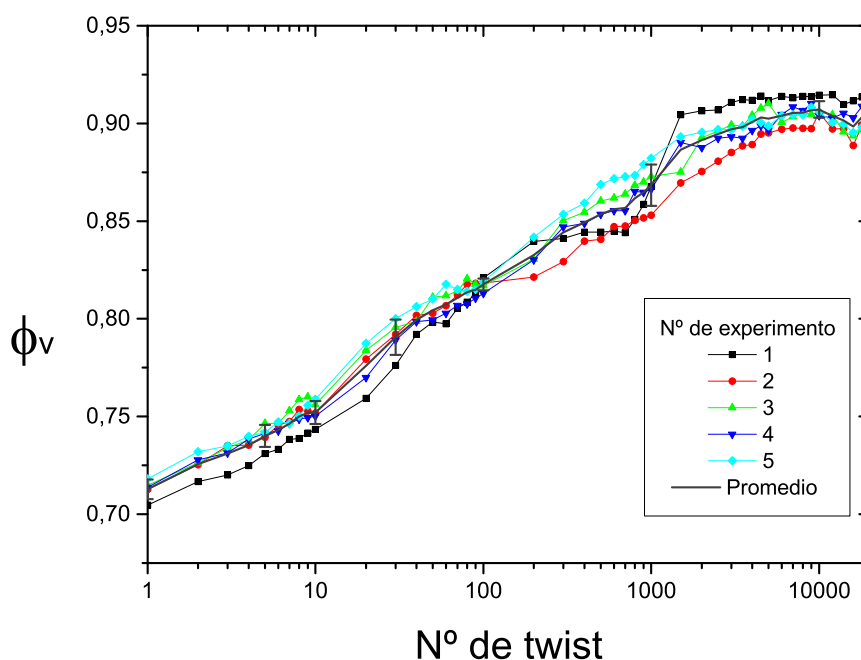


Figura 3.5: Evolución de la fracción de compactación volumétrica, para cinco experimentos realizados bajo las mismas condiciones. Con un número de 15 capas y $\Gamma = 1,01$.

De la figura 3.5 resulta claro que todas las curvas caen esencialmente una encima de la otra y que por lo tanto, el valor medio de Φ_V está bien definido (figura 3.6) y su evolución muy similar a la de cada una de la secuencias por separado. También es posible observar como por encima de $N=10^4$ twists el sistema entra en un estado de compactación asintótico que no varía significativamente por mucho que apliquemos más twists. No obstante, pueden existir algunas diferencias entre dos experiencias diferentes que merece la pena comentar. Consideremos para ello la experiencia 1 y la experiencia 2. Ambas presentan una tasa global de crecimiento comparable y finalizan esencialmente en el mismo estado de compactación. Sin embargo, en la experiencia 1 (indicada con cuadrados negros en la figura 3.5) la fracción de compactación salta bruscamente a un estado bastante compactado pasado los 1000 twist, mientras que en la experiencia 2 (indicada con círculos rojos) esta evolución es más

lenta aunque converja finalmente al mismo límite. Esta diferencia está asociada a la formación de *clusters* o dominios de orientación en las capas que forman los cubos, y que parecen ser más o menos robustas frente a la acción de los twists en función del tamaño que tengan. Esta observación será discutida en más detalle en la sección dedicada a la fracción de volumen superficial.

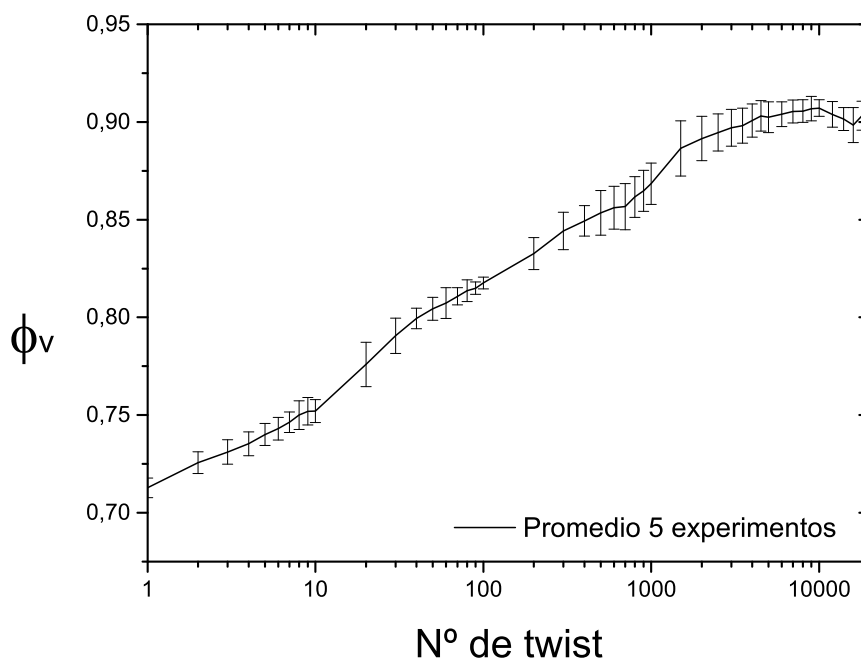


Figura 3.6: Promedio de la fracción de compactación volumétrica Φ_V , correspondiente a los datos de la figura 3.5.

Aún teniendo en cuenta estas fluctuaciones, resulta claro que la dependencia funcional de todas las curvas es la misma y que las fluctuaciones debidas a la formación de dominios afectan básicamente al punto donde la tendencia logarítmica desaparece y el sistema permanece en un estado de compactación asintótica. Este último fenómeno aunque interesante, no será discutido en este trabajo debido a que los tiempos necesarios para su estudio superarían (para el tamaño de nuestro sistema experimental) los plazos legales de duración de una tesis.

3.2 Estudio de la fracción de compactación superficial

En este apartado se discutirá el estudio la fracción de compactación superficial, Φ_S , determinada a partir del número de cubos en contacto con la superficie exterior de la celda, tal y como se introdujo en la sección 2.6.2. En la figura 3.7 se presentan los resultados de Φ_S correspondientes a los cinco experimentos discutidos en la sección anterior.

Resulta claro que esta evolución es muy repetitiva y que salvo las fluctuaciones normales correspondientes al estado inicial (en menor medida a la evolución del ordenamiento durante la primera

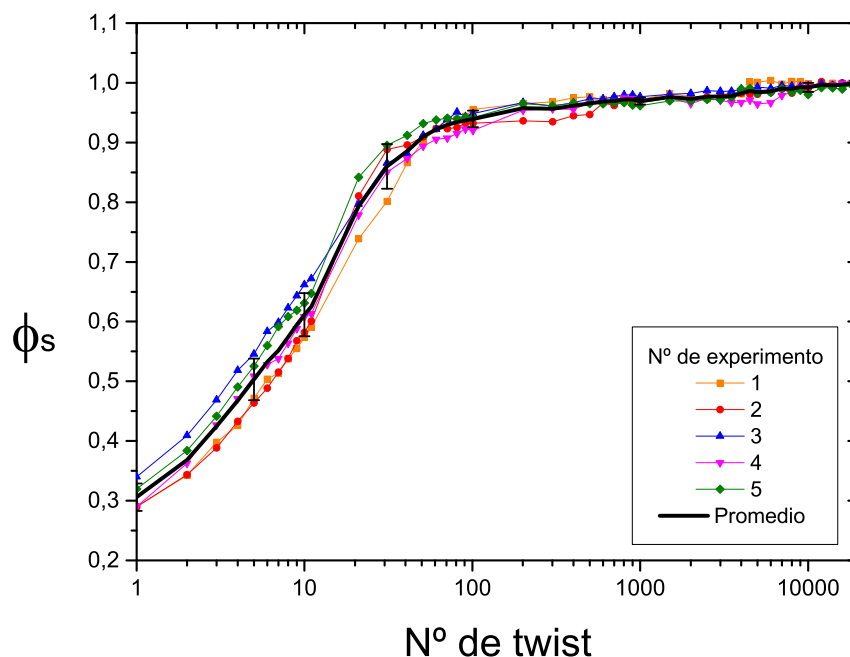


Figura 3.7: Evolución de la fracción de compactación superficial, Φ_s , para cinco experimentos realizados bajo las mismas condiciones: 15 capas, y $\Gamma = 1,01$.

decena de twists), la evolución global a largo del número de perturbaciones es claramente repetitiva, tal y como ocurría para Φ_V . No obstante, la dependencia funcional de la fracción de compactación superficial es claramente diferente a la de la fracción de compactación volumétrica Φ_V , tal y como resulta claro de la figura 3.8 y figura 3.7 donde destacamos el promedio de las curvas.

Como ya se adelantó en el capítulo 2, el estado inicial del sistema está compuesto por un arreglo muy desordenado de los cubos donde solo una pequeña fracción de ellos se encuentran con alguna de sus caras paralelas a la frontera lateral de la celda. Además, estos pocos dados se encuentran orientados en todas direcciones sin que resulte obvia a priori una dirección preferente. Partiendo de esta configuración inicial, puede observarse claramente como durante las primeras decenas de pulsos, los dados que se encuentra tocando de cualquier forma la pared orientan alguna sus caras hasta alcanzar un estado donde alguna de sus caras quede paralela a la frontera de la celda a la par que eventualmente se desplazan algo en la posición horizontal. Esta dinámica es la responsable del rápido crecimiento inicial de Φ_s , debido principalmente a que el alineamiento implica un crecimiento importante de la fracción de compactación superficial.

Pasado este primer estadio, la fracción de compactación continua creciendo pero ahora, el crecimiento implica un doble proceso: por un lado la reorganización de dados en la dirección paralela a la base de la celda, y por otro, el ingreso de nuevos cubos procedentes de la región más interna del sistema debido a la fuerza inercial que los empuja hacia la región más externa. Es importante resaltar aquí que aunque esta fuerza está presente durante el giro, el acomodamiento o reorganización de

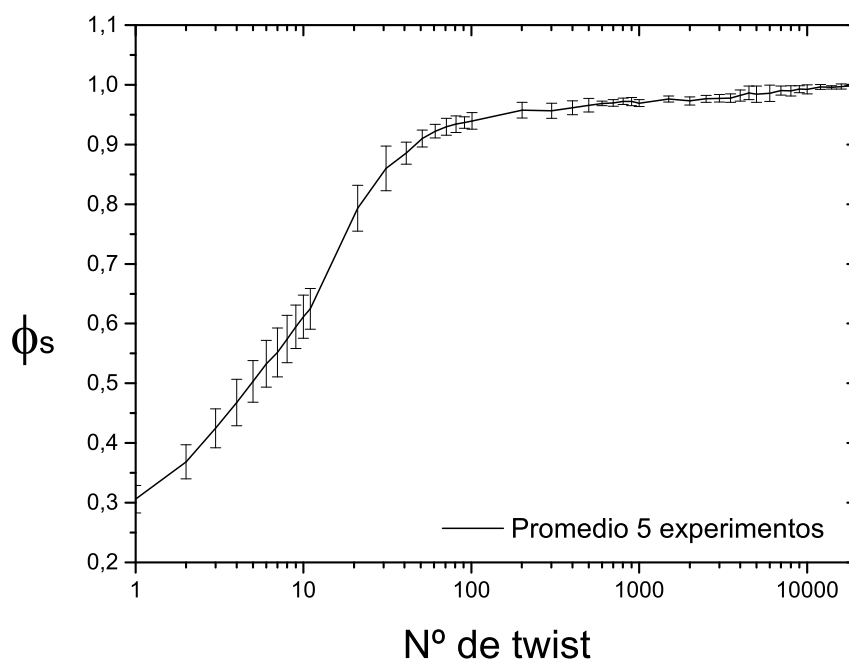


Figura 3.8: Fracción de compactación superficial promedio, correspondiente a los datos de la figura 3.7.

las partículas solo se produce como consecuencia de la inversión del sentido de giro y no durante la rotación en sí. Al parecer el estrés inducido por la inercia de las partículas mientras la celda gira es suficientemente grande como para dejar al sistema en un estado atascado o *jammed* de forma tal que no se producen reajustes durante esta etapa del proceso. Por el contrario, cuando el sistema se detiene bruscamente, las partículas pueden evolucionar libremente en la dirección radial a la par que el esfuerzo de corte inducido por la brusca desaceleración induce una pequeña dilatación, suficiente para permitir el reajuste de los cubos y el ingreso de alguno de ellos en las regiones más próximas a la parte exterior. Para comprobar esta dinámica hemos realizado filmaciones de alta velocidad donde se puede ver claramente que en efecto, el proceso de reorganización ocurre principalmente durante la inversión del sentido de giro.

Por tanto, la rápida evolución inicial de la fracción de ocupación superficial está asociada principalmente a la entrada de nuevos dados en la periferia así como a la reorganización parcial de los que se ya encuentran en la periferia (permitiendo el ingreso de nuevas partículas). Pasada esta fase inicial, que depende fuertemente de la magnitud del parámetro de control Γ , la evolución de la fracción superficial se ralentiza de forma clara, llegando incluso a no converger claramente a un límite definido transcurrido el medio millón de twists aplicado (este efecto se verá claramente en la sección donde se estudia el efecto de incrementar el número de cubos).

El proceso de evolución lenta, y la eventual saturación de la fracción de ocupación, está claramente asociado al proceso de reorganización de los cubos que se encuentran contra la pared y no a

la entrada de nuevos cubos en esta región. Esto se pone en evidencia cuando se analizan las imágenes correspondientes a los sucesivos estados por los que evoluciona el empaquetamiento. Al principio, muchos dados comienzan a orientarse con cualquiera de sus lados en la dirección horizontal, aunque sin una aparente correlación entre sí. No obstante, los dados próximos a la base del sistema rápidamente inducen la formación de anillos concéntricos que eventualmente alcanzan la máxima fracción de empaquetamiento compatible con la longitud perimetral de la celda, es decir, 103 dados para la celda estudiada. Este proceso implica la formación y reorientación de diferentes dominios de ordenamiento. Luego se pone de manifiesto una saturación muy lenta que corresponde principalmente a la reorganización de los cubos que ya se encuentran en la superficie lateral llegando a un estado asintótico conformado por capas horizontales superpuestas. No obstante, según sea el valor de Γ se podrá observar la formación dominios estables o no que afecten esta evolución, aspecto que analizaremos más adelante.

Comprobada la repetitividad estadística de los resultados y observadas las diferencias entre la evolución de Φ_V y Φ_S , se estudiará que les ocurre a ambas magnitudes conforme se incrementa la amplitud de la perturbación aplicada, Γ .

3.3 Estudio de la evolución del grado de compactación con la amplitud de la perturbación

3.3.1 Estudio de la dependencia de Φ_V con Γ

Estudiaremos ahora de forma sistemática como evoluciona la fracción de compactación, tanto volumétrica como superficial, cuando de incrementa la amplitud de la perturbación. Para ello hemos variado la magnitud de la aceleración tangencial entre los valores $0,3 < \Gamma < 1$, manteniendo constante el número de cubos estudiado (la influencia de este parámetro será discutida más adelante). Así, en las figuras 3.9 y 3.10 presentamos los resultados correspondientes a una sistema compuesto por 30 capas (la más alta explorada) para todos los valores de Γ explorados.

Como resulta evidente, estamos ante una fenomenología de evolución muy lenta, que requiere de millones de pulsos para barrer un espacio de fases relativamente razonable. En el caso presentado en las figuras 3.9 y 3.10, cada experiencia ha implicado la realización de medio millón de twists para cada valor de Γ . Por tanto, y con objeto de acotar en la medida de lo posible el tiempo de postprocesamiento se utilizó una escala logarítmica para adquirir las imágenes que serían analizadas. Aún así, el proceso completo implica días de CPU dedicada por completo al tratamiento y extracción de datos experimentales.

Comenzaremos comentando que para perturbaciones suficientemente altas, resulta claro que el sistema es capaz de alcanzar estados sumamente compactos, muy próximos a los máximos esperados para la frustración geométrica que impone la condición de contorno cilíndrica. Como se ha comentado, el cálculo de este número de forma analítica es imposible para los dados que cubrirían una superficie cilíndrica, aunque por el contrario, el número máximo que entran el perímetro es trivial de calcular, 103 en nuestro caso. Con esto en mente puede verse como, desde los primeros twists aplicados, las partículas próximas a la base (y a en menor medida las cercanas a la superficie libre)

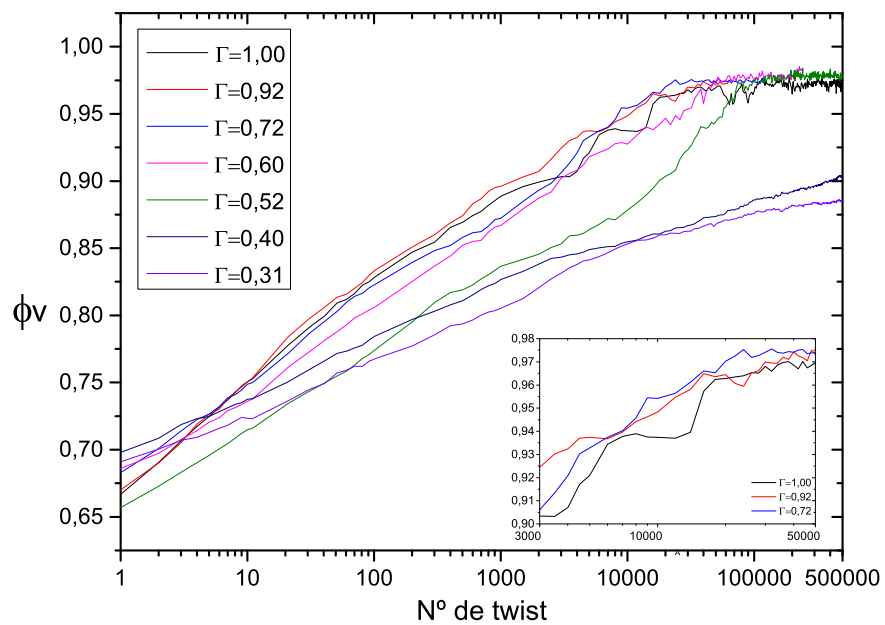


Figura 3.9: Evolución de la fracción de compactación volumétrica, para diferentes valores de Γ , conteniendo un número de dados equivalente a 30 capas. En el recuadro interior se observa en detalle cómo es el comportamiento en la parte final de las curva para algunos valores de Γ .

se acomodan hasta alcanzar una ocupación perimetral del 100% para $\Gamma = 1$. Las regiones centrales no obstante, necesitan más tiempo para ordenarse, aunque también alcanzan claramente ese límite, cubriendo por tanto la periferia de la celda con un arreglo de anillos superpuestos. Desde fuera, la altura aparente del sistema satura en un valor entero, medido en número de capas o cubos, descontados aquellos que forman el último anillo que puede estar incompleto. Éste mismo límite se alcanza también para perturbaciones de menor magnitud, siempre que se encuentren por encima de $\Gamma \simeq 0,5$. Así, teniendo en cuenta el análisis experimental del número típico de cubos contenidos en una planta cilíndrica descrito más arriba, puede comprobarse en la figura 3.9, que el límite de compactación asintótico es capaz de alcanzar fracciones de ocupación por capas superiores al 97%, lo que sin duda es un resultado muy relevante.

Sin embargo, el proceso es diferente cuando se aplican perturbaciones por debajo de $\Gamma \simeq 0,5$. En este caso, las fracciones de compactación medidas luego de medio millón de twist son marcadamente inferiores a las más compactas y además, no resulta obvio en absoluto que su magnitud se encuentre próxima a determinado valor asintótico (que eventualmente pudiera ser menor que el máximo). Desafortunadamente, extender el rango de medida implicaría la realización de decenas de millones de twist, algo impracticable, no solo por que implicaría años de medida, sino también porque el dispositivo experimental se vería fuertemente afectado por el desgaste de sus partes al darle un uso tan intensivo.

Más allá de esta observación, lo cierto es que existe otra importante diferencia en la evolución de la fracción de compactación para amplitudes grandes y pequeñas, y que pueden distinguirse claramente en la figura 3.9. En ella, resulta más que evidente que la tasa de crecimiento para $\Gamma > 0,5$ es independiente de la magnitud de la perturbación, excepto si acaso cuando el sistema casi alcanza su estado de máxima compactación. Este último efecto puede verse en el detalle de la figura 3.9 y es claramente evidente por que se trata de una única secuencia experimental, desapareciendo si se promedian varias evoluciones. La existencia de estos “escalones” es debida a la formación y extinción de *clusters*, o dominios de partículas, alineados en diferentes direcciones. Estos dominios pueden permanecer durante cierto número de twists, aunque finalmente desaparezcan al alinearse todos los dados con las condiciones de contorno del problema. Como la existencia de estos dominios se observa claramente para la capa lateral, se discutirá en detalle en la sección siguiente.

Independientemente de estas pequeñas fluctuaciones finales, resulta evidente que la evolución de la fracción de compactación para valores altos de Γ es prácticamente la misma cuando se supera cierto umbral. Para el número de dados estudiado y $\Gamma > 0,5$ el crecimiento de Φ_V es claramente logarítmico hasta alcanzar el valor correspondiente a la máxima fracción de ocupación donde se produce un quiebre marcado en la tendencia. Esta evolución plantea serios problemas de interpretación respecto de cual es la escala que gobierna la tasa de crecimiento con el número de twist aplicados y se encuentra más allá de los objetivos de este trabajo. Por el contrario, resulta claro que la tasa de crecimiento puede considerarse como un factor indicativo de dos regímenes de evolución bien diferenciados. Por un lado, para Γ mayores que 0,5, la tasa de crecimiento es independiente de esta magnitud, mientras que para Γ menores que 0,5 la tasa de crecimiento es menor y no se encuentra claramente definida.

3.3.2 Estudio de la dependencia de Φ_s con Γ

Los resultados de la sección anterior indican que la evolución del empaquetamiento con N puede llegar a alcanzar estados de cercanos a la máxima ocupación, y que esta evolución es globalmente independiente de la magnitud del twist. Sin embargo, por debajo de cierto umbral la evolución es más lenta y depende claramente de la magnitud de Γ . Con objeto de entender estas diferencias hemos analizado también la evolución de la fracción de compactación superficial.

Como ya se ha mencionado, transcurridos unos pocos twists es claramente evidente que el sistema se organiza en forma de capas concéntricas. Este proceso implica principalmente que las partículas más exteriores del sistema comienzan a alinearse en alguna de sus caras paralelas a la dirección tangencial al cilindro. Esto no implica, sin embargo, que su vector orientación se encuentre al principio en alguna dirección preferente, salvo quizás para aquellas partículas que tocan la base del sistema. Por tanto, la evolución inicial de Φ_s está asociada a un rápido incremento de este número de partículas sin que presenten ningún tipo de correlación en su orientación. Este crecimiento es claramente evidente en la figura 3.10.

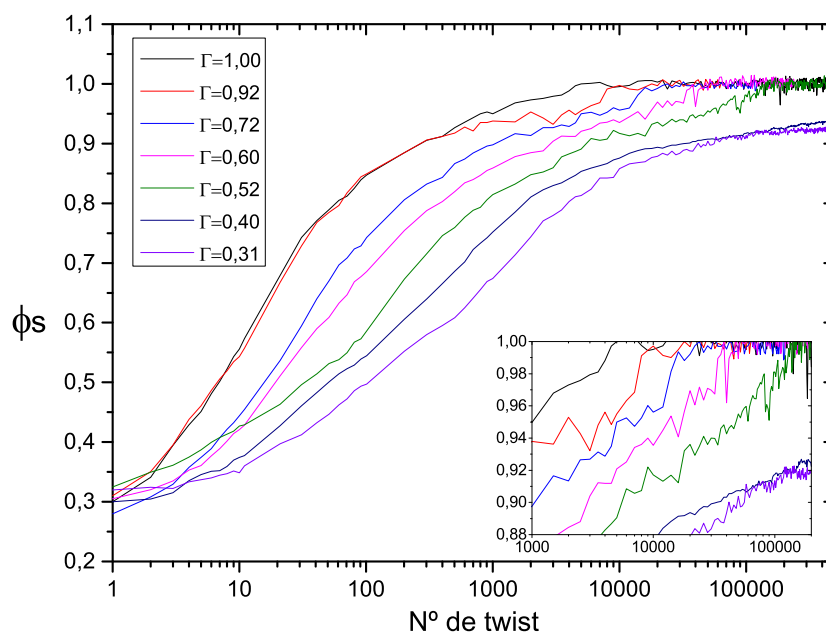


Figura 3.10: Evolución de la fracción de compactación superficial, para diferentes valores de Γ , conteniendo un número de datos equivalente a 30 capas. En el recuadro interior se observa en detalle cómo es el comportamiento en la parte final de las curva.

No obstante, este crecimiento se ve rápidamente amortiguado por dos procesos simultáneos a la par que complementarios. Por un lado, los cubos de forma individual comienzan a orientarse en ciertas direcciones preferentes, o bien con uno de sus lados paralelo a la vertical o bien con una de

sus diagonales paralela a la vertical. Junto con ello, sus rotaciones inducen un grado de coordinación local que deriva en la formación de arreglos de partículas, que por contacto entre sus caras, orientan sus lados en una dirección dominante. La aparición de estas estructuras por tanto, ralentiza de forma notable la evolución de Φ_S , debido a que estos dominios son muy estables frente a las perturbaciones impuestas por los twists. Así, y al contrario de lo que ocurre con la ocupación volumétrica, Φ_S evoluciona con una dependencia funcional que depende claramente de la magnitud de Γ . No obstante, la mayoría de los Γ explorados convergen finalmente a la máxima fracción de ocupación que permite el sistema. Esto es, los cubos que se encuentran en la periferia se orientan finalmente paralelos a la base de la celda, formando la serie de anillos superpuestos que cubren completamente la pared lateral. Para los Γ más bajos estudiados sin embargo, el sistema dista mucho de alcanzar este valor de compactación (o forma de ordenamiento), y como en el caso de la fracción volumétrica se requerirían años de trabajo en continuo para llegar a este valor si se extrapolan los datos observados.

Ciertamente parece existir un proceso de competición entre la tendencia a formar anillos (compatibles con las condiciones de contorno del problema) y la posibilidad de organizarse libremente en dominios orientados en diferentes direcciones. Este efecto es especialmente relevante cuando la amplitud de los twists es pequeña y la altura de la capa utilizada es suficientemente alta. En estos casos, los dominios ordenados que eventualmente pudieran producirse, pueden disminuir en apariencia su tamaño para luego volver a crecer con la consiguiente disminución de la fracción de empaquetamiento superficial, tal y como se ve en la figura 3.11.

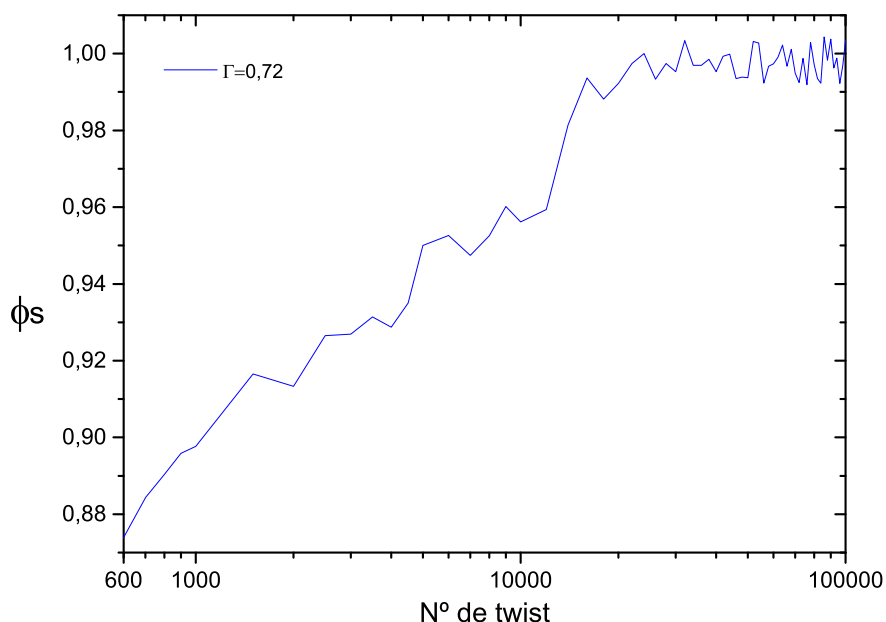


Figura 3.11: Detalle donde se observan los saltos producidos por la reorganización de dominios.

Es importante remarcar también, que aunque la orientación global de estos dominios puede ser

en principio cualquiera, los arreglos observados en la mayoría de nuestras determinaciones se orientan de forma distintiva con cualquiera de las diagonales del dado alineada en la dirección vertical. Esta observación también está en concordancia con los resultados de Acevedo et. al. [27] quienes observaban el alineamiento de partículas cuadradas en la dirección de la gravedad cuando se las colocaba en un contenedor vertical.

Finalmente, es interesante hacer notar que la inspección visual de las curvas de la figura 3.10 sugiere que estas podrían ser ajustadas con un modelo similar al de *parking lot* introducido a finales del siglo pasado [19]. Sin embargo todos los intentos de ajustar estas curvas con una funcionalidad inversa al logaritmo (dependiendo del número de twist N), resultaron infructuosos. Además, ajustes por medio de exponenciales dilatadas o tipo Arrhenius [33] tampoco resultaron satisfactorios para cubrir de forma razonable el rango de N explorado. La razón de este problema se encuentra en la diferente naturaleza del proceso de compactación en diferentes estadios de evolución. Al comienzo, la evolución de esta magnitud es gobernada por la entrada de nuevas partículas en la región donde se calcula Φ_S mientras que cuando la fracción de ocupación es alta, la evolución de Φ_S está claramente asociada a la reorganización de dominios y el alineamiento de todas las partículas en una dirección predominante. Por otra parte, ambas tendencias coexisten en un rango suficientemente grande de N como para que no se pueda identificar un quiebre o cambio de tendencia bien definido en la evolución de Φ_S . De hecho, la evolución lenta de Φ_S observada para $\Gamma = 0,31$ parece estar asociada a la contraposición de ambos mecanismos de ordenamiento: mientras la entrada de nuevas partículas debería incrementar la fracción de ocupación, su entrada también implica una dilatación superficial que desagrega aquellos dominios insipientes que pudieran estar formándose. Con objeto de estudiar esta fenomenología con más detalle se desarrolló el análisis microscópico de orientaciones que será discutido a continuación.

3.4 Orientación de las partículas y formación de dominios

La formación de estructuras espaciales con diversos grados de alineación ha sido profusamente discutida en la literatura a partir del desarrollo de las diferentes fases cristalinas que se encuentran en las dispersiones coloidales. El carácter isotrópico del solvente donde éstas se dispersan, compite con el ordenamiento inducido por las barreras energéticas que impone su forma. Por tanto, los diferentes grados de orden están íntimamente ligados a los mecanismos inducidos por la agitación térmica. Esta imagen no puede ser extrapolada de forma sencilla a la situación que nos ocupa. Básicamente nuestro sistema es "atérmico" y no existe un mecanismo de agitación intrínseco que promueva la evolución espontánea del sistema hacia diferentes grados de orden. Además, nuestras partículas interactúan entre sí básicamente por contacto sin que medie otro agente en su interrelación que las fuerzas altamente disipativas con que interactúan. En consecuencia, el grado de orden alcanzado está íntimamente ligado tanto a la combinación de tipo de perturbación y condiciones de contorno, como al efecto de la forma de las partículas sobre los posibles estados de empaquetamiento. Dado que en nuestro laboratorio no contamos con sistemas tomográficos de registro de partículas, analizaremos la evolución del ordenamiento para la capa más externa. No obstante, como ya se explicó en las secciones precedentes, lo que ocurra en esta capa es fácilmente extrapolable a todo el sistema, teniendo en cuenta su autoorganización en forma de capas concéntricas.

Comenzaremos analizando la distribución global de orientaciones de las partículas y su evolución conforme aumenta el número de twists. Para ello, se han calculado los histogramas normalizados de sus orientaciones. Es necesario destacar además que para distinguir los efectos impuestos por las condiciones de contorno del sistema, hemos subdividido la altura de la capa bajo análisis, en tres regiones de igual altura. La primera de ellas, contiene a las partículas que se encuentran próximas a la base de la celda, la cual se esperaría (a priori) se vieran fuertemente afectadas por el plano de la base. La segunda región se define a partir de la superficie libre, y contiene aquellas partículas que se mueven con mayor libertad, al estar sujetas básicamente a las fuerzas inerciales con que perturbamos el sistema, mientras que se encuentran mucho menos afectadas por la carga que imponen sus partículas vecinas. Finalmente, se analiza la región central, donde como es obvio se espera que confluyan todos estos factores, incrementando por tanto la complejidad de la evolución dinámica.

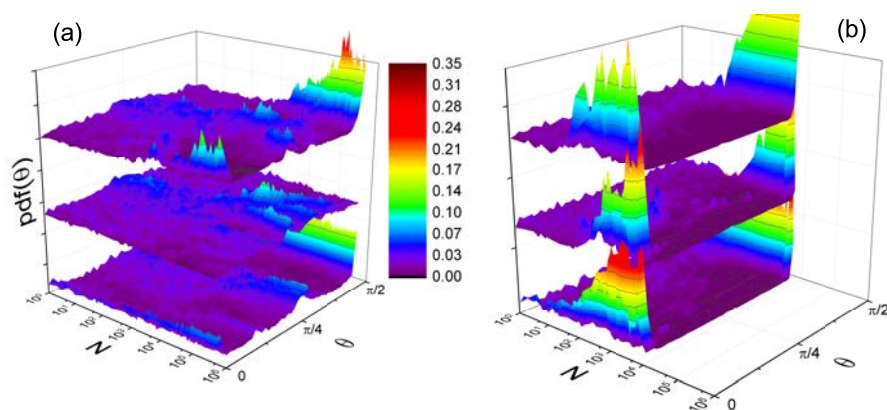


Figura 3.12: Distribución de las orientaciones respecto a el número de twists aplicados para 3 secciones de la imagen de la superficie lateral. Se muestran las gráficas de arriba abajo correspondientes a la sección superior, central e inferior respectivamente y para dos experimentos (a) $\Gamma = 0,31$ y (b) $\Gamma = 1,01$.

En la figura 3.12 pueden verse dos situaciones arquetípicas de evolución. Para $\Gamma = 0,31$ (fig. 3.12.a) las tres regiones mencionadas se encuentran claramente desordenadas al comienzo de la experiencia, y más importante aún, no se ordenan completamente incluso pasados los 10^5 twists. Pueden observarse además, comportamientos muy interesantes para cada una de las regiones. El más significativo es probablemente el ordenamiento de las partículas de la región próxima a la base, donde contrariamente a lo que se podría esperar, coexisten partículas completamente alineadas con ella, con otras apoyadas sobre uno de sus vértices, es decir con su diagonal alineada en la dirección vertical. Este resultado es relevante pues indica de forma clara que la interacción por contacto con una cara plana puede no ser suficiente para garantizar el alineamiento de las partículas y existe (o existen) otros mecanismos que compiten con el efecto de las condiciones de borde cuya magnitud puede ser tan importante como esta. La evolución en las proximidades a la superficie libre resulta también muy interesante. En primer lugar, porque si bien se observa un alineamiento principalmente en la horizontal al final del proceso, este ordenamiento tarda en alcanzarse un número muy elevando de twists e incluso en esta región tan desordenada pueden detectarse picos que corresponden a partículas con su diagonal en la dirección vertical. Finalmente, la evolución de la región central destaca

principalmente por no mostrar evolución alguna a lo largo de toda la secuencia aplicada. Eventualmente pueden observarse picos suaves a ciertas orientaciones estos desaparecen para dar lugar a otros nuevos lo cual es compatible con la aparición de los dominios discutidos en la sección anterior.

Para grandes amplitudes de twists ($\Gamma = 1$) la evolución dinámica es mucho más rápida y comprensible. Transcurridas unas decenas de perturbaciones, donde el sistema principalmente “capta” nuevas partículas procedentes del interior, los cubos se ordenan rápidamente con alguno de sus lados paralelos a la horizontal. Este proceso se hace evidente casi desde el principio para los dados próximos a la base (véase fig. 3.12.b) y solo un poco después para los próximos a la superficie libre. En la región central el proceso tarda un poco más en comenzar, principalmente debido a cierto grado de competición entre las regiones superior e inferior pero transcurrido solo un poco más de tiempo que para las otras regiones, la orientación dominante resulta ser la horizontal. Nótese además que este proceso es sensiblemente más rápido para estos valores de Γ , de hecho, se necesitan solo unos cientos de twists para que el sistema pueda asumirse como formado por cubos ordenados en forma horizontal.

Llegados a este punto debemos preguntarnos no solo por el grado de orientación de las partículas que componen el sistema, sino también por su correlación o distribución espacial dentro de cada una de las capas que componen los anillos concéntricos. Para ello, la opción más inmediata es el cálculo de la función de correlación de pares, o función de distribución radial, $g(r)$ la cual da básicamente información acerca de la distribución espacial de los centros de las partículas en el área bajo estudio. En la figura 3.13 puede verse como depende el orden de la muestra conforme crece el número de twists para dos amplitudes de perturbaciones diferentes. Para $\Gamma = 1$ se ve claramente como el orden crece en los primeros twists y que en los finales hay distancias relativas donde no hay centros, lo cual es consecuencia de que una vez que el sistema se ha organizado por capas, los desplazamientos de una capa sobre otra, hacen que a determinadas distancias no se encuentre ninguna partícula.

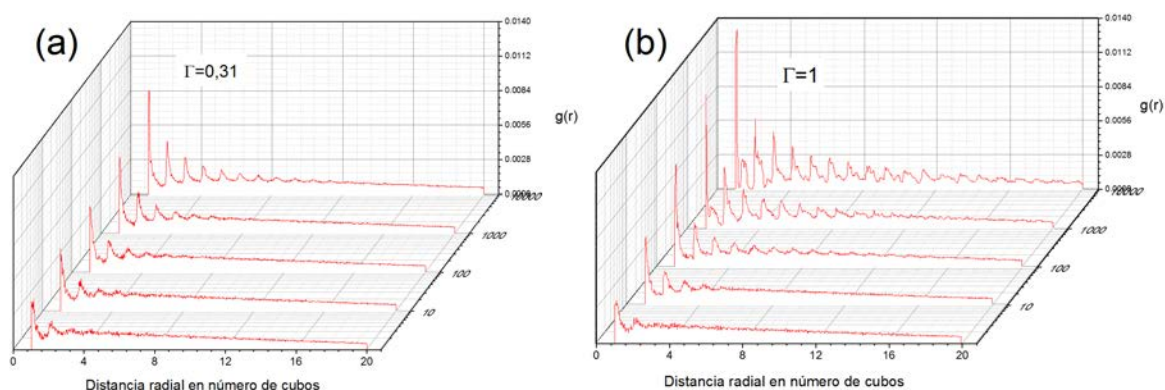


Figura 3.13: Función de distribución radial para diferentes números de twists aplicados, para dos experimentos en (a) para $\Gamma = 0,31$ y (b) para $\Gamma = 1$

Aunque la información que nos suministra $g(r)$ es relevante desde el punto de vista de la posi-

ción de las partículas, no resulta demasiado clarificadora respecto del rol que juega la forma de las partículas en su ordenamiento espacial. Con objeto de analizar este efecto se obtuvieron no solo las posiciones de los cubos dentro de las partículas mediante el análisis de sus centros, sino también sus orientaciones medidas respecto del vértice que se encontraba por debajo del centro. Dado que las caras cuadradas del cubo poseen simetría de reflexión tanto en las diagonales como en los ejes, se ha elegido para caracterizar el grado de correlación angular la función:

$$G_4(r) = \frac{1}{8N} \langle (35|\cos(\Delta\theta_{i,j})|^4 - 30|\cos(\Delta\theta_{i,j})|^2 + 3) \rangle \quad (3.1)$$

donde $\Delta\theta_{i,j} = \theta_j - \theta_i$ representa la diferencia angular entre la orientación de la partícula i , con θ_i , y la de todas aquellas cuyos centros se encuentren a una distancia j y con orientación θ_j . La elección de la forma funcional de esta función corresponde al polinomio de Legendre de 4º orden que es simétrico respecto de rotaciones de $\pi/4$.

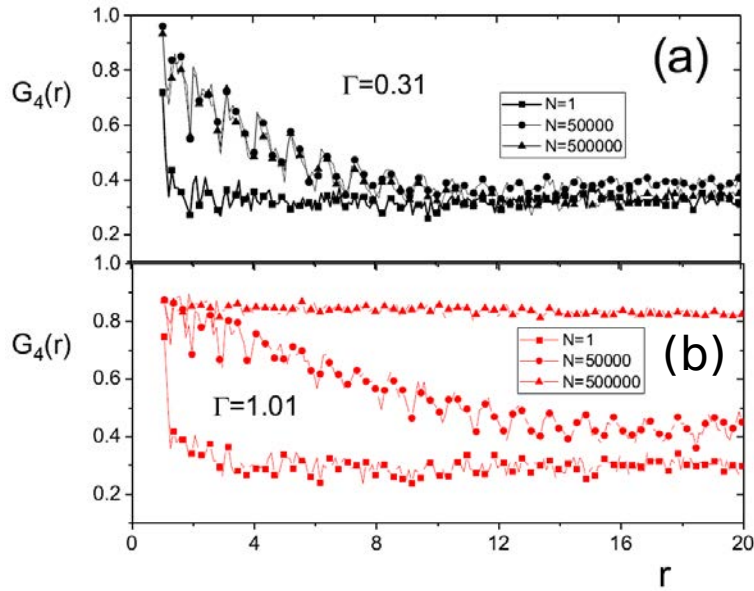


Figura 3.14: Función de correlación espacial de las orientaciones para (a) $\Gamma = 0,31$ y (b) $\Gamma = 1,01$, en función de N . En el eje, r representa la distancia normalizada por la longitud del lado de los cubos.

Como puede verse en la figura 3.14, y tal y como ocurre en para las fracciones de ocupación, pueden diferenciarse claramente dos comportamientos, dependiendo de la magnitud del parámetro de control Γ . Para valores bajos de Γ ($\Gamma = 0,31$), vemos que hay una aumento inicial en la correlación, figura 3.14(a) $N = 5 \times 10^4$. Pero luego esa correlación se mantiene y no sigue aumentando, como se ve las curvas de $N = 5 \times 10^4$ y $N = 5 \times 10^5$ que son prácticamente son iguales o indistinguibles. Esto concuerda con la idea de que para bajas intensidades de Γ el sistema evoluciona a un estado en el que las partículas orientadas a $\theta = \pi/4$ y $\theta = 0$ coexisten. Por lo que se observa una correlación a corta distancia, pero el orden de correlación global permanece bajo. Para valores de Γ altos sin embargo, la correlación de las orientaciones aumenta rápidamente, como se puede ver en la figura 3.14(b) donde para $N = 5 \times 10^5$ se alcanza un estado en que las partículas están alineadas completamente.

Tanto la correlación espacial como la angular de las partículas sugieren comportamientos distintos en las diferentes fases que atraviesa el sistema hasta alcanzar su estado compactado. Con objeto de caracterizar esta evolución exploramos diferentes parámetros de orden que nos den cuenta de forma unívoca en que nivel de orden se encuentra el sistema en cualquier momento. De los posibles parámetros explorados, nuestra elección recayó sobre el parámetro S_4 . Esta cantidad fue introducida por S. Torquato y colaboradores [34, 35] para caracterizar el orden global de un sistema de “superbolas”. Estas “superbolas” son partículas cúbicas con sus aristas redondeadas de forma que pueden ser tratadas analíticamente como objetos convexos al no tener esquinas. En particular, nuestros datos serían un caso superbola pues las esquinas son efectivamente secciones esféricas muy semejantes a las construidas mediante la idealización que representa una superbola. Volviendo al parámetro S_4 este es introducido como la métrica más adecuada para caracterizar partículas con simetrías de reflexión respecto de tres ejes ortogonales y sus segmentos diagonales. La expresión para este parámetro es:

$$S_4 = \frac{1}{8N_j} \sum_i (35|\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}|^4 - 30|\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}|^2 + 3) \quad (3.2)$$

El factor de normalización se ha elegido para que en el promedio entren todas las partículas, N_j consideradas en cada imagen. De forma general, el vector director \mathbf{n} es aquel que hace que un conjunto de partículas con orientaciones arbitrarias (tal y como ocurre en una suspensión coloidal diluida a una temperatura cualquiera) maximice el valor calculado de S_4 . En nuestro caso, sin embargo, el campo gravitatorio impone claramente una orientación dominante, por lo que no es necesario realizar ese proceso de optimización y las orientaciones de cada partícula se comparan con el vector $\mathbf{n} = \mathbf{k}$ correspondiente a la dirección del eje de simetría de la celda. Los resultados obtenidos pueden verse en la figura 3.15(a). En ella pueden distinguirse claramente los comportamientos descritos cualitativamente en los párrafos anteriores. Durante los primeros twists, el valor de S_4 es poco mayor que cero lo que indica la ausencia total de orden entre las partículas que se alinean paralelas a la superficie exterior del cilindro. No obstante, puede identificarse claramente cierta coordenada N_0 a partir de la cual el valor de S_4 crece monótonamente hasta alcanzar su valor máximo. Claramente, tanto el valor de N_0 como la tasa de crecimiento dependen fuertemente de la amplitud de la perturbación, Γ . Además, puede verse claramente como el valor de S_4 no cambia para $\Gamma = 0,31$ mientras crece muy débilmente para $\Gamma = 0,40$. Esta última observación confirma los resultados discutidos en la sección 3.3 sobre la imposibilidad de alcanzar un estado ordenado para bajas amplitudes de Γ . De hecho, el valor de S_4 para $\Gamma = 0,31$ permanece inalterado durante el medio millón de twists aplicados demostrando claramente que a pesar del crecimiento de la fracción de ocupación mostrado en las figuras 3.9 y 3.10, el sistema permanece globalmente desordenado a pesar del claro incremento en su fracción de compactación. Finalmente es necesario comentar las fuertes oscilaciones que se observan en el valor de S_4 aunque el sistema haya alcanzado en determinado momento su valor máximo. La razón de estas fluctuaciones es muy clara. Aún en estados muy próximos al de máxima compactación, pueden formarse pequeños dominios de orientación que aparecen y desaparecen de forma aleatoria. Cuando esto ocurre S_4 se ve fuertemente afectado aunque solo sea durante un número pequeño de twists. Incluso en el estado de máxima compactación, cuando el sistema está compuesto por anillos superpuestos es posible observar oscilaciones pequeñas en el valor S_4 . La razón es que el pequeño espacio intersticial que queda entre cubos puede permitir que uno de ellos rote levemente sobre su eje vertical de forma que localmente se genera un defecto que repercute en la magnitud de S_4 .

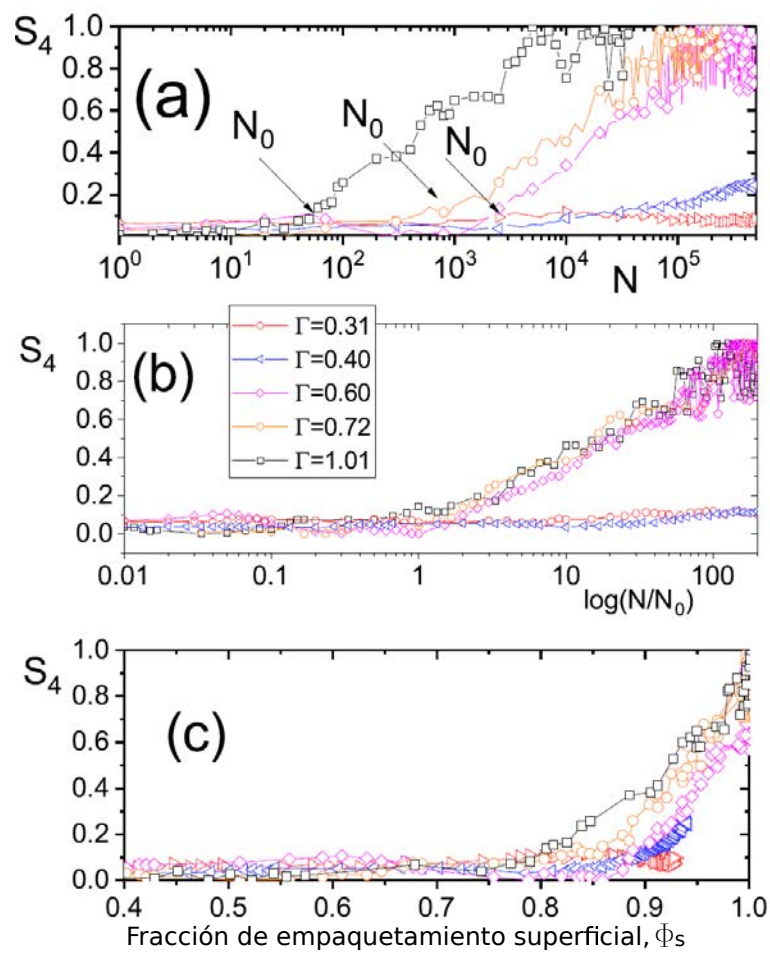


Figura 3.15: Función del parámetro S_4 , (a) respecto al número de twist aplicados, (b) respecto del número de twist aplicado normalizado por N_0 y (c) respecto de la fracción de empaquetamiento superficial Φ_s .

La existencia de un número mínimo de twist, necesario para iniciar el crecimiento del grado de orden en el sistema, sugiere que puede considerarse a este número como un valor crítico con el cual escalar el número de pulsos aplicados. Hemos realizado este reescalado tal y como puede verse en la figura 3.15(b). Claramente, todos los resultados colapsan en dos tendencias bien diferenciadas. Por un lado, y como ya se había mencionado, los valores bajos del parámetro de control no permiten el desarrollo de estados globales ordenados. Por otro lado, la tasa de crecimiento es la misma para los valores resaltados poniendo en evidencia que la magnitud de N_0 es una buena escala para comparar la evolución del sistema a diferentes amplitudes de perturbación. Así, y aunque existe cierta dispersión en los resultados, resulta claro que el valor de N_0 implica en el fondo que el sistema ha alcanzado una fracción de ocupación crítica, a partir de la cual es posible concebir la evolución de un estado ordenado globalmente. Con objeto de explorar esta idea hemos representado la magnitud de S_4 frente al crecimiento de la fracción de ocupación superficial (figura 3.15(c)), de donde resulta bastante que obvio que es necesario superar fracciones de ocupación superiores al 80 % para que el ordenamiento global del sistema sea posible. No obstante, esta condición no es suficiente para garantizar este crecimiento tal y como queda demostrado por la evolución de S_4 correspondiente a $\Gamma = 0,3$. En este caso, no se observa tal crecimiento indicando que existe otra escala en nuestro problema la cual debemos considerar para generalizar los resultados. Esta escala es, sin duda, la altura de la capa de datos, cuyos efectos analizaremos en la próxima sección.

3.5 Influencia de la altura de la capa

Hasta ahora, hemos introducido todos los resultados manteniendo fijo el número de partículas (medido en número de capas teóricas) introducidas en la celda, sin considerar en detalle que influencia podría tener sobre los resultados reportados. No obstante, es obvio que esta magnitud tiene una influencia importante, habida cuenta de que su variación implica alterar de igual forma el estrés al que se ven sometidas las partículas próximas a la base de la celda. Hemos comprobado por tanto que la evolución de las fracciones de volumen y superficie con el número de twists se ven fuertemente afectadas por la altura de la capa, tal y como puede apreciarse en la figura 3.16.

Como resulta obvio de la figura, cuanto menor es la altura de la capa estudiada, la evolución de su empaquetamiento es más pronunciada y, de hecho, parece crecer de forma muy pronunciada hasta alcanzar el límite de saturación notablemente rápido. Por el contrario, los resultados también indican que aumentar el número de partículas, y por ende la altura de la capa, tiene como consecuencia ralentizar de forma importante la evolución del empaquetamiento y cabría esperar que incluso imposibilitar que este alcance su valor máximo en un tiempo experimentalmente accesible. Así, el aumento del número de capas por encima de las 30 capas (con que hemos introducido los resultados anteriores) implica la necesidad de realizar millones de twist para poder comparar los resultados.

Para este estudio debimos, por tanto, fijar una relación de compromiso entre nuestra capacidad predictiva y de observación con el tiempo necesario para explorar el espacio de fases del sistema que comprenda tanto la magnitud de la perturbación como la carga del sistema. Basados en nuestra experiencia, fijamos como máximo número de pulsos aplicados los 30.000 twists y realizamos un barrido tanto en altura de la capa como en amplitud de la perturbación, distinguiendo para cada caso, aquellos estados finales que se encontraban en su máxima compactación, de aquellos que no

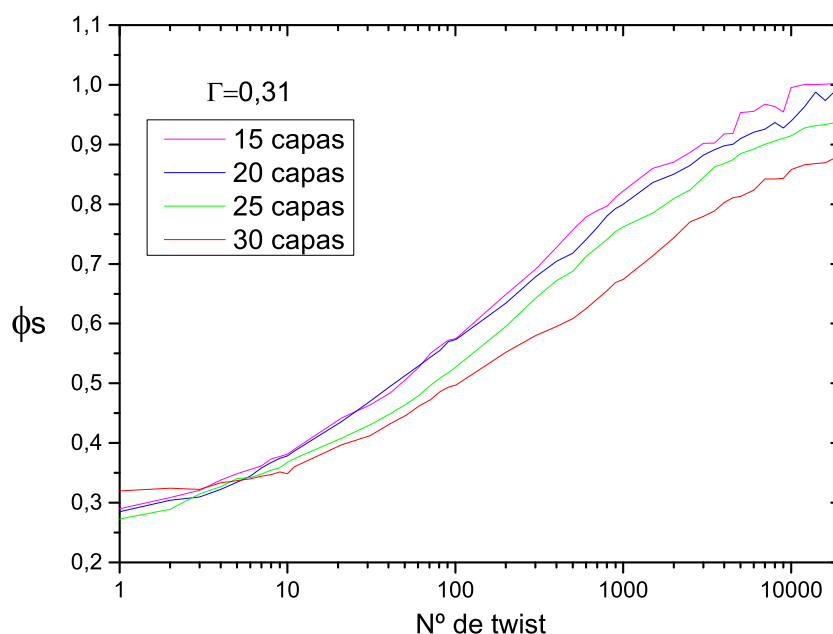


Figura 3.16: Evolución de Φ_S para distintas alturas y mismo valor de Γ

lo estaban, lo que correspondía en general a la existencia de dominios de diferente orientación en la capa de la periferia.

El espacio de fases resultante puede observarse en la figura 3.17, donde los símbolos llenos representan un estado de máxima compactación, y los vacíos estados donde conviven diferentes orientaciones (a pesar de que puedan tener fracciones de ocupación muy próximas a los primeros). En el diagrama queda claramente de manifiesto que existen dos regiones bien diferenciadas donde el estrés vertical y esfuerzo de corte compiten para dar lugar a una u otra configuración. Para bajas alturas de la capa de dados, el sistema puede alcanzar un estado de máxima compactación incluso para pequeñas amplitudes de twists. Por el contrario, parece claro que el efecto de aumentar el número de dados es tan relevante que incluso con el Γ máximo explorado no se pudo ordenar completamente el sistema si la altura de la capa estudiada superaba las 30 capas. Este resultado está en contradicción con los resultados presentados por K. Daniels [36] quien mostraba como el efecto combinado de esfuerzo de corte y estrés inducía mayor nivel de empaquetamiento. Es importante remarcar, sin embargo, que ambas situaciones aunque similares no son comparables pues en el caso mencionado, el estrés vertical era modulado de forma independiente al esfuerzo de corte desde la base, mientras que nuestro caso, no modulamos el esfuerzo vertical que viene impuesto de forma externa por el campo gravitatorio. Este esfuerzo vertical condiciona de forma importante las posibilidades de nuestro protocolo, o mejor dicho de los esfuerzos de corte, toda vez que la carga que soportan los cubos de las posiciones inferiores pueden ser tan importantes que le resulte prácticamente imposible rotar a las partículas para alinearse con la base.

Hasta aquí se han detallado los resultados más relevantes encontrados en este trabajo los cuales

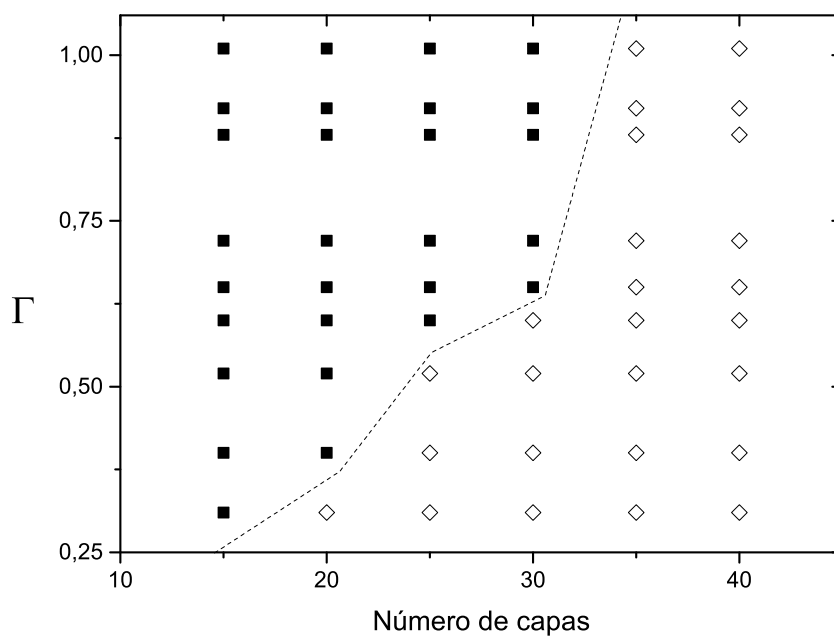


Figura 3.17: Representación del diagrama de fases correspondiente al ordenamiento de la muestra granular luego de aplicar 3×10^4 twists. Los cuadrados negros representan los estados en los que se llega a la máxima fracción de compactación superficial, y los diamantes blancos representan los estados en los que dominios de diferentes orientaciones coexisten.

discutiremos de forma global en la siguiente sección.

Capítulo 4

Discusión y Conclusiones

Hemos presentado hasta aquí resultados experimentales obtenidos mediante el proceso de compactación de partículas cúbicas cuando se encuentran sometidas a la acción de esfuerzos cortantes. Es importante por tanto comenzar este apartado comentando que la realización de esta tesis ha implicado el desarrollo de dos ideas novedosas y a nuestro entender potencialmente interesantes. La primera de ellas tiene que ver con la aplicación de esfuerzos de corte al sistema de partículas como mecanismo de compactación. Resulta ciertamente sorprendente que tal estrategia no haya sido aplicada previamente teniendo en cuenta que el coste energético necesario para implementarla es ciertamente menor que aquél que implicaría la aplicación de golpes verticales o “taps” a un sistema de las mismas dimensiones y masa que la utilizada en nuestras investigaciones. Aunque este aspecto no ha sido desarrollado completamente a lo largo de esta memoria, sí ha sido explorado sistemáticamente dando lugar a una publicación donde se puso de manifiesto la efectividad del método para inducir compactación [37]. Así, hemos demostrado al comienzo de este trabajo que la aplicación de rotaciones alternantes a un grupo de partículas encerradas en un contenedor cilíndrico conduce al sistema en su conjunto a un estado compactado y además, que lo hace para valores de aceleración significativamente menores que los utilizados en el caso de tapping vertical. La posible elección de diferentes simetrías de confinamiento sugiere además que los esfuerzos aplicados por las paredes podrían condicionar de forma importante los estados de compactación resultantes.

Este hecho justifica en parte la utilización de partículas cúbicas como material granular. Otros experimentos previos -la descarga de silos en 2 y 3 dimensiones- también sugerían que la utilización de paredes cilíndricas con esta forma de partículas podían dar lugar a un ordenamiento angular, a la par que mostraba la tendencia de las partículas con caras planas de ordenar alguna de sus diagonales con el campo de fuerzas a las que estuvieran sometidas.

Todas estas observaciones previas motivaron por tanto la elección de una geometría cilíndrica suficientemente extensa como para permitir el desarrollo de anillos concéntricos de partículas como estructura capaz de maximizar (al menos de forma aproximada) la fracción de ocupación respecto de la geometría elegida. Haber utilizado radios de celdas menores hubiera implicado una mayor dificultad para estimar la fracción de ocupación máxima a la que podría converger el sistema en condiciones ideales. Hay que destacar también que el arreglo en forma de anillos concéntricos permite afirmar con un alto grado de certeza que la fracción de volumen máxima se alcanza al apilar arreglos

bidimensionales de cubos. No obstante, esta afirmación no ha sido demostrada analíticamente y representa un problema que sin duda merece la atención de la comunidad matemática.

A partir de las consideraciones anteriores contábamos con un punto de partida con el cual comparar los diferentes estados de compactación del sistema a medida que era sometido a un número creciente de pulsos de esfuerzo de corte. Con esto en mente se pudo demostrar (como puede resultar obvio a priori) que la evolución del nivel de compactación del sistema depende de la magnitud de la perturbación aplicada. No obstante, y al contrario de lo que ocurre cuando se aplican golpes desde la base, los estados finales de compactación son siempre los mismos para valores de Γ por encima de cierto umbral. Y esta es sin duda la primera característica distintiva de nuestro experimento frente a los experimentos previos sobre compactación: en nuestro caso no es necesario aplicar un proceso de “recocido” a las partículas para que maximicen su grado de compactación. Muy por el contrario, cuanto mayor sea Γ , más rápida es la evolución del sistema al mismo estado final. Por tanto, desde el punto de vista de la optimización del proceso de compactado, nuestra estrategia es mucho más rápida y eficiente, teniendo cuenta que las velocidades y aceleraciones puestas en juego son significativamente menores que las utilizadas en sistemas tipo “tapping”.

Respecto de la evolución de la fracción de compactación con el número de twist aplicados, hay que hacer notar que existen importantes diferencias respecto de los resultados reportados para el caso de tapping. La más significativa es que la dependencia funcional que en nuestro caso es claramente potencial tal y como ha quedado demostrado en la figura 3.9. Además, la tasa de crecimiento parece depender de la magnitud del twist aplicado solo hasta cierto umbral a partir del cual la velocidad de crecimiento prácticamente resulta ser básicamente la misma. Desafortunadamente no hemos sido capaces de encontrar un modelo satisfactorio que ajuste estos resultados, como tampoco los resultados correspondientes a la tasa de crecimiento de la fracción de ocupación superficial. La razón fundamental parece estar asociada a la existencia de dos procesos dinámicos diferentes que compiten entre sí para modificar el orden del sistema. El primero, asociado al desplazamiento de las partículas en la dirección radial sin que importe en principio su orientación respecto de la vertical, y el segundo, el proceso interno de reorganización de los cubos una vez organizadas en forma de capas concéntricas. Como es obvio, ambos procesos no son independientes, pues toda vez que una partícula alinea cualquiera de sus caras con la tangente a la pared exterior induce entre sus vecinas cierto grado de alineamiento entre aristas, a la par que nuevas partículas van agregándose al arribar desde el interior.

Este proceso ha quedado claramente identificado cuando se analizaron las funciones de correlación radial y angular de los cubos. En ambas magnitudes se pone claramente de manifiesto que existe cierto grado de correlación espacial desde los primeros pulsos aplicados. Esta correlación crece rápidamente en el caso de la función $g(r)$ y prácticamente lo mismo ocurre con la función G_4 , poniendo de manifiesto que la correlación angular aumenta durante el intervalo donde la fracción de volumen también crece. No obstante, el parámetro S_4 , que da cuenta del grado de orden global del sistema permanece prácticamente igual a cero durante esos mismos estadios de evolución, lo que pone de manifiesto también, que el proceso de compactación ocurre primero solo a escala local (con la aparición de dominios de orientación), para extenderse luego a toda la celda y solo cuando la fracción de volumen ya prácticamente no crece y por tanto, donde solo se pueden producir reordenamientos

de dominios intracapa.

Todos estos resultados, por tanto, nos han permitido construir el espacio de fases introducido en la figura 3.17. Esta representación permite ver claramente como la dinámica del problema se divide en dos regiones donde el sistema alcanza o no alcanza un estado de máxima compactación. Este espacio de fases pone claramente de manifiesto que para amplitudes de twist suficientemente grandes, el sistema es capaz de alcanzar (en un tiempo finito) un estado compuesto por capas de cubos superpuestas unas sobre otras. Si embargo, cuando la altura de la capa, y en consecuencia la carga aplicada sobre la base es grande, el sistema no es capaz de alcanzar un estado semejante aunque sí se ordena en una disposición de capas concéntricas. Esto indica, por tanto, que la aplicación de los twists permite, a través de la inercia de las partículas, que el sistema se ordene en determinada dirección espacial, mientras que permanezca desordenado en otra. Tal desorden, además, parece estar asociado a la formación de dominios donde de forma dominante las partículas alinean sus lados procurando a la par, mantener sus diagonales en la dirección del campo gravitatorio. La tendencia mostrada en la figura 3.17 sugiere también, que si la altura es lo suficientemente grande sería muy difícil alcanzar estados muy compactados aún cuando se aplicaran perturbaciones muy grandes.

En resumen, a lo largo de este trabajo hemos mostrado como la aplicación de esfuerzos de corte a un sistema de partículas discreto permite reorientarlas hasta alcanzar estados de máxima compactación. La inercia de las propias partículas y su interacción con las paredes juegan además un papel determinante en la eficiencia del proceso de reorganización. Por el contrario, la existencia del campo gravitatorio induce alineaciones incompatibles con las esperadas por el esfuerzo de corte de forma que la competencia entre ambos esfuerzos determina a la postre la posibilidad o no de alcanzar estados de ordenación máxima. Bajo estas consideraciones resulta claro que implementar ésta estrategia en condiciones de microgravedad podría proveer de un mecanismo de compactación (donde el tapping no es posible), permitiendo alcanzar además estados ordenados con potenciales aplicaciones prácticas debido a que este protocolo no parece depender del tamaño de las partículas.

Bibliografía

- [1] R. Brown, J. Richards. *Principles of powder mechanics: essays on the packing and flow of powders and bulk solids*. International series of monographs in chemical engineering. Pergamon Press (1970).
- [2] R. M. Nedderman. *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge University Press (2005).
- [3] J. Duran. *Sands, powders, and grains: an introduction to the physics of granular materials*. Partially ordered systems. Springer (2000).
- [4] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, R. P. Behringer. *Granular solids, liquids, and gases*. Reviews of Modern Physics **68** (4), (1996), pp. 1259–1273.
- [5] H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Physics of the Granular State*. Science **255** (5051), (1992), pp. 1523–1531.
- [6] Heinrich M. Jaeger, Sidney R. Nagel, R. P. Behringer. *The Physics of Granular Media*. The Physics of Granular Media **49** (4), (1966), pp. 32–38.
- [7] D. W. Howell, R. P. Behringer, C. T. Veje. *Fluctuations in granular media*. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **9** (3), (1999), pp. 559–572.
- [8] D. Howell, R. P. Behringer, C. Veje. *Stress Fluctuations in a 2D Granular Couette Experiment: A Continuous Transition*. Physical Review Letters **82** (26), (1999), pp. 5241–5244.
- [9] A. H. Clark, L. Kondic, R. P. Behringer. *Particle scale dynamics in granular impact*. Physical Review Letters **109** (23), (2012), p. 238302.
- [10] I. Goldhirsch, G. Zanetti. *Clustering instability in dissipative gases*. Physical Review Letters **70** (11), (1993), pp. 1619–1622.
- [11] J. Bridgwater. *Particle technology*. Chemical Engineering Science **50** (24), (1995), pp. 4081 – 4089. Frontiers of Chemical Engineering Science.
- [12] T. Shinbrot, F. J. Muzzio. *Nonequilibrium patterns in granular mixing and segregation*. Physics Today **53** (3), (2000), pp. 25–30.
- [13] D. Ottino, J. & Khakar. *Mixing and segregation of granular materials*. Ann. Rev. Fluid Mech (32), (2000), pp. 55–91.
- [14] T. Shinbrot, F. J. Muzzio. *Noise to order*. Nature **410** (6825), (2001), pp. 251–258.

- [15] A. Coniglio, H. Herrmann, , M. Nicodemi. *Unifying Concepts in Granular Media and Glasses*. Elsevier, Amsterdam (2004).
- [16] B. Andreotti, Forterre, O. Y. y Pouliquen. *Les milieux granulaires: entre fluide et solide*. Partially ordered systems. EDP Sciences/CNRS editions, París (2011).
- [17] J. B. Knight, C. G. Fandrich, C. N. Lau, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Density relaxation in a vibrated granular material*. Physical Review E **51 (5)**, (1995), pp. 3957–3963.
- [18] E. R. Nowak, J. B. Knight, M. L. Povinelli, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Reversibility and irreversibility in the packing of vibrated granular material*. Powder Technology **94 (1)**, (1997), pp. 79–83.
- [19] E. R. Nowak, J. B. Knight, E. Ben-Naim, H. M. Jaeger, S. R. Nagel. *Density Fluctuations In Vibrated Granular Materials*. Physical Review E **57 (2)**, (1998), pp. 1971–1982.
- [20] S. Edwards, R. Oakeshott. *Theory of powders*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications **157 (3)**, (1989), pp. 1080 – 1090.
- [21] M. Anita, S. F. Edwards. *Statistical mechanics of powder mixtures*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications **157 (3)**, (1989), pp. 1091–1100.
- [22] S. F. Edwards, C. C. Mounfield. *The statistical mechanics of granular systems composed of spheres and elongated grains*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications **210 (3-4)**, (1994), pp. 290–300.
- [23] A. G. Athanassiadis, M. Z. Miskin, P. Kaplan, N. Rodenberg, S. H. Lee, J. Merritt, E. Brown, J. Amend, H. Lipson, H. M. Jaeger. *Particle shape effects on the stress response of granular packings*. Soft Matter **10**, (2014), pp. 48–59.
- [24] D. Frenkel. *Order through entropy*. Nature Materials **14 (1)**, (2014), pp. 9–12.
- [25] I. Zuriguel, T. Mullin, J. M. Rotter. *Effect of particle shape on the stress dip under a sandpile*. Physical Review Letters **98 (2)**, (2007), p. 028001.
- [26] R. C. Hidalgo, I. Zuriguel, D. Maza, I. Pagonabarraga. *Role of particle shape on the stress propagation in granular packings*. Physical Review Letters **103 (11)**, (2009), p. 118001.
- [27] T. Kanzaki, M. Acevedo, I. Zuriguel, I. Pagonabarraga, D. Maza, R. C. Hidalgo. *Stress distribution of faceted particles in a silo after its partial discharge*. European Physical Journal E **34 (12)**, (2011), p. 133.
- [28] G. Lumay, N. Vandewalle. *Experimental study of the compaction dynamics for two-dimensional anisotropic granular materials*. Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics **74 (2)**, (2006), p. 021301.
- [29] G. Lumay, N. Vandewalle. *Experimental study of granular compaction dynamics at different scales: Grain mobility, hexagonal domains, and packing fraction*. Physical Review Letters **95 (2)**, (2005), p. 028002.
- [30] F. X. Villarruel, B. E. Lauderdale, D. M. Mueth, H. M. Jaeger. *Compaction of rods: relaxation and ordering in vibrated, anisotropic granular material*. Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics **61 (6 B)**, (2000), pp. 6914–6921.

-
- [31] M. Neudecker, S. Ulrich, S. Herminghaus, M. Schröter. *Jammed frictional tetrahedra are hypers-tatic*. Physical Review Letters **111** (2), (2013), p. 028001.
- [32] *Squares in circles*. <http://www2.stetson.edu/~efriedma/squincir/>. Accessed: 2016-12-07.
- [33] P. Philippe, D. Bideau. *Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping*. EPL (Europhysics Letters) **60** (5), (2002), p. 677.
- [34] R. D. Batten, F. H. Stillinger, S. Torquato. *Phase behavior of colloidal superballs: Shape interpolation from spheres to cubes*. Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics **81** (6), (2010), p. 061105.
- [35] M. R. Khadilkar, F. A. Escobedo. *Phase behavior of polyhedral nanoparticles in parallel plate confinement*. Soft Matter **12** (5), (2016), pp. 1506–1516.
- [36] K. E. Daniels, R. P. Behringer. *Hysteresis and competition between disorder and crystallization in sheared and vibrated granular flow*. Physical Review Letters **94**, (2005), p. 168001.
- [37] K. Asencio, I. Zuriguel, D. Maza. *Twisting, an alternative strategy to compact granular materials*. EPJ Web Conf. Powders and Grains 2017. 8th International Conference on Micromechanics on Granular Media **140**.

Summary

In this report, we present results of the experimental analysis on the compaction dynamics of an ensemble of cubic particles in a cylindrical geometry submitted to alternating rotations that we call "twists." This type of perturbation is a novel mechanism unlike the standard tapping used to compact granular ensembles. Under this kind of excitement, the development of shear forces among the different layers of cubes leads to particle alignment.

We studied the volumetric packing fraction and also the lateral one (calculated just from the information of the dice touching the wall of the container). In order to do this, we have designed an experimental system, which consists of a transparent vertical cylinder, whose base is coupled to a motor to apply the twist, and so we can get information on the lateral surface. We also studied the spatial ordering and the role played by the particle shape.

As a result, the packing fraction grows monotonically with the number of twists, but its functional dependence in each case is different. And in some, if the intensity of the excitations is sufficiently large, an ordered final state is reached where the volume fraction is the densest possible compatible with the boundary condition.

Resumen

En esta memoria se presentan resultados del análisis experimental de la dinámica de compactación de partículas cúbicas colocadas en una geometría cilíndrica, a la que aplicamos rotaciones alternantes que llamamos "twists". Este tipo de perturbación es un mecanismo novedoso a diferencia del mecanismo estándar para compactar una muestra granular, como lo es aplicación de "taps" (o pulsos en la dirección vertical) . Bajo este tipo excitación, los esfuerzos de corte que se producen entre las diferentes capas de cubos conducen a la alineación de las partículas.

Estudiamos la fracción de empaquetamiento volumétrica y también la lateral (calculada solo a partir de la información de los datos que tocan la pared del contenedor). Para hacer esto, hemos diseñado un sistema experimental, que consiste en un cilindro vertical transparente, cuya base se acopla a un motor para aplicar los twist, de esta manera podemos obtener información sobre la superficie lateral. También estudiamos el ordenamiento espacial y el papel desempeñado por la forma de la partícula.

Como resultado, vemos que la fracción de empaquetamiento crece monótonamente con el número de twists, pero la dependencia funcional en cada caso es diferente. Y en algunos, si la intensidad de las excitaciones es suficientemente grande, se llega a un estado final ordenado donde la fracción de compactación es la más densa posible compatible con las condición de frontera.

