Inestabilidades convectivas producidas por un calentamiento localizado

Trabajo de Investigación presentado por Javier Burguete Mas para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas Septiembre 1995



DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICA APLICADA FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

Universidad de Navarra. 31080 Pamplona, Navarra (España)

Inestabilidades convectivas producidas por un calentamiento localizado

Trabajo de Investigación presentado por Javier Burguete Mas para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas

Septiembre 1995

Departamento de Física y Matemática Aplicada Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra, E-31080 Pamplona, Navarra

Carlos Pérez García, Doctor en Ciencias Físicas y Catedrático de Física y Héctor Luis Mancini Maza Doctor en Ciencias Físicas.

- **Certifican:** Que el presente trabajo de investigación "Inestabilidades convectivas producidas por un calentamiento localizado" ha sido realizado bajo nuestra dirección en el Departamento de Física y Matemática Aplicada de la Universidad de Navarra por D. Javier Burguete Mas para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.
- Para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firmamos la presente certificación en Pamplona, el veintiocho de Junio de mil novecientos noventa y cinco.

Carlos Pérez García

Héctor L. Mancini Maza

A Lourdes,

Agradecimientos

"Recibid mi enseñanza, mejor que la plata, y la ciencia, mejor que el oro fino, pues la sabiduría vale más que las perlas, y cuanto hay de codiciable no puede comparársele." Proverbios 8, 10-11

Son muchas las personas y entidades que durante estos tres años largos de investigación me han ofrecido sus consejos y ayuda, contribuyendo a que este trabajo saliera adelante. Realmente, su apoyo va más allá de cualquier valoración, pero, no obstante, quisiera que estas líneas sirvieran para mostrarles, siquiera mínimamente, mi agradecimiento. Si alguien no aparece aquí, que me perdone. Son muchas las personas a quienes agradecer, y poco el espacio para hacerlo.

Cuando comencé a realizar este trabajo de investigación, poco sabía sobre la investigación en física no lineal. Mis directores de tesis, D. Carlos Pérez García y D. Héctor Luis Mancini Maza, fueron los que, con mucha paciencia, me proporcionaron la guía necesaria para que la labor no fuera excesivamente dura. Ellos me han formado como investigador y como persona, y por ello les estaré siempre agradecido.

También me gustaría agradecer a quienes, hace ya algunos años, consiguieron que la física y las matemáticas fueran para mí algo más que una rama de la ciencia. Principalmente, Dña. Rosario Arizcun y D. Eladio Berrio consiguieron a lo largo del bachiller que dejaran de ser para mí dos asignaturas y se transformaran en algo más...

A Diego M. Maza, quiero agradecerle su colaboración en este experimento, puesto que sin su ayuda este trabajo no hubiera progresado durante mi convalecencia. Por el Departamento de Física y Matemática Aplicada han pasado muchas personas que han dejado su marca en este trabajo. Muchos todavía doctorandos cuando les conocí, la mayoría ahora ya doctores, todos me proporcionaron su ayuda y aprendí de ellos, de unos más, y de otros menos, no sólo en lo que se refiere a la física, sino también en otros campos. Mi agradecimiento a Pedro Elizalde, Juan Millán, Henar Herrero, Angel Garcimartín, Ricardo López, Emilio Díaz Calavia, Carmen Palacios, Thierry Ondarçuhu, Gabriel Mindlin, Ana Mancho, Xavi Calbet, Pilar Rípodas, M. Jose Collados, Itsaso Olasagasti, Blas Echevarría, Dario Krmpotič y una larga lista de personas que sería imposible nombrar aquí. A cada uno de ellos les agradezco su contribución a esta tesis. Para la realización de partes de este trabajo, han resultado vitales las discusiones mantenidas con Paul "Pablo" Kolodner, Michael Bestehorn, François Daviaud, Monique Dubois, Pierre Bergé y Michael Tribelsky. Encontrar, detrás de los nombres que firman los artículos, a personas siempre abiertas al diálogo y cuyo trato humano es tan grato, ha resultado un gran estímulo.

Gracias asimismo a la Universidad de Navarra. Durante este tiempo me ha acogido en los estudios de doctorado, facilitando todo lo necesario para que el presente trabajo de investigación se llevara a cabo. También quiero agradecer a los alumnos de Biología y Farmacia el que mediante sus atinadas preguntas y dudas me hayan proporcionado, sin saberlo, una válvula de escape durante las fases más agotadoras del experimento.

Quiero agradecer también a la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra y al Gobierno de Navarra la confianza depositada en mí, haciéndome beneficiario de sendas becas de formación de personal investigador en diferentes épocas de este trabajo.

A mi familia, en especial a mi madre, gracias por la paciencia demostrada en estos cuatro años. Para ellos, y sobre todo durante el último período de la tesis, he sido casi un espectro difícil de ver.

Y a Lourdes, sólo decirte que esta tesis es tanto tuya como mía. Gracias. Las palabras se quedan cortas.

Índice

Agrade	ecimi	entos	vii
Notaci	ón ut	ilizada	5
Introd	ucció	n histórica	7
Introd	ucció	n	11
	$\begin{array}{c} 0.1 \\ 0.2 \end{array}$	Antecedentes	11 13
I Des	cripc	ión del experimento	15
1	Org	anización del experimento	17
	1.1	fluido empleado	18
	1.2	Celdas convectivas	20
		1.2.1 Celda de 20 cm \ldots	21
		1.2.2 Celda de 47 cm \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	24
		1.2.3 Subsistemas de apoyo	27
	1.3	Sistemas de medida	27
		1.3.1 Sistemas de medida: estructuras	28
		1.3.2 Sistemas de medida: temperatura	31
		1.3.3 Sistemas de medida: velocidad	32
		1.3.4 Otros sistemas de medida	34
2	Ana	ilisis de datos	35
	2.1	Estructuras	36
		2.1.1 Filtrado espacial en tiempo real	37
		2.1.2 Procesado posterior	39
	2.2	Velocidades	44
II Int	erpre	etación de las medidas	47
3	Cor	nienzo de la convección	49
	3.1	Efecto Marangoni vs. efecto Rayleigh	50
	3.2	Campo de velocidad de la convección primaria	51

			3.2.1 Medidas experimentales	52		
			3.2.2 Resultados numéricos	53		
	4	Ines	stabilidades convectivas secundarias	57		
		4.1 Clasificación de Coullet v Iooss				
		4.2	Tipos de estructuras	59		
			4.2.1 Estructuras secundarias genéricas	59		
			4.2.2 Estructuras secundarias particulares	61		
			4.2.3 Modos involucrados	64		
		4.3	Espacio de los parámetros	67		
			4.3.1 Celda corta	67		
			4.3.2 Celda larga	70		
		4.4	Caracterización de las estructuras	71		
			4.4.1 Número de onda k	71		
			4.4.2 Frecuencia ω	73		
		4.5	Temperatura	75		
			4.5.1 Medidas con termopares	75		
			4.5.2 Medidas de deflexión de un haz láser	78		
			4.5.3 Transitorio	79		
		4.6	Campo de velocidades	82		
		4.7	Escalas de tiempo	83		
	-	A A		07		
	Э		Equisis de las estructuras imperiectas	87		
		5.1 E 9	Ecuación de Ginzburg-Landau compleja	87		
		5.2	Saltos de lase	90		
			5.2.1 Salto de lase en estructura estacionaria	91		
		۲۹	5.2.2 Salto de fase en estructura puisante alterna	94		
		0.3	Delectos	90 06		
			5.3.1 Fuentes y summeros	90		
		54	1.5.2 Fuisos de lase	97		
		3.4	Alteración provocada de la estructura convectiva.	99		
			5.4.1 Alteración de la geometría	99		
			5.4.2 Inducción de gradientes termicos	.03		
III	С	onclu	usiones 1	.05		
	6	Con	nclusiones 1	.07		
		6.1	Comportamiento universal	.07		
		6.2	Naturaleza de las inestabilidades	.08		
		6.3	Cuestiones abiertas	10		
IV	Aj	péndi	ices 1	.11		

Α	A Transformada de Fourier: Propiedades			
	A.1 Iransformada discreta de Fourier	$\frac{114}{116}$		
	A.1.2 Filtrado de baja frecuencia	119		
В	Filtrado espacial	121		
C Diagramas de bloques de los filtrados				
Bibliog	rafía	129		
Índice	de materias	132		

Notación utilizada

X	Eje transversal (horizontal y
	perpendicular al calefactor).
Y	Eje longitudinal (hotizontal y paralelo al calefactor).
Z	Eje vertical (paralelo a la gravedad).
A, B, C, \dots	Funciones en el plano real.
$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C},$	Funciones en el plano de Fourier.
T.F.[]	Transformada de Fourier directa.
$T.F.^{-1}[]$	Transformada de Fourier inversa.
\otimes	Producto de convolución.
∇	Operador nabla.
Δ	Operador laplaciano.
\sim	Del orden de.
\simeq	Aproximadamente igual a.
$\mathcal{O}(n)$	Términos de orden igual o superior a n .
d	Espesor de la capa de fluido.
c_p	Calor específico del material.
ρ	Densidad.
k	Conductividad térmica.
α	Coeficiente de dilatación.
β	Gradiente térmico.
ν	Viscosidad cinemática.
g	Aceleración de la gravedad.
$\kappa = \frac{k}{\rho c_n}$	Difusividad térmica.
$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$	Número de Prandtl.
$Ra = \frac{\alpha g \beta d^4}{\kappa}$	Número de Rayleigh.
$Ma = \frac{\frac{\partial \sigma}{\partial T}\beta d^2}{\rho \nu \kappa}$	Número de Marangoni.
Bi	Número de Biot.
k_i, ω_i	Número de onda y frecuencia angular del modo i .
$A^*, A + c.c.$	Complejo conjugado de A, A más complejo conjugado.
$\delta(x-c)$	Delta de Dirac.
x	Módulo de x .
$\partial_i f$	Derivada parcial de f respecto de i

x, y, t, \dots	Variables continuas.
x_n, y_n, t_n, \dots	Variables discretas.
T, L	Períodos de la señal en el tiempo
	y en el espacio respectivamente.
N_x, N_t	Número de muestras en espacio y tiempo.

Introducción histórica

La evolución de la física, como la de otras ciencias humanas, ha estado marcada por revoluciones en el pensamiento que han favorecido la inclusión de nuevas ideas acerca de la concepción de la naturaleza. La primera y mayor de todas fue sin duda la protagonizada por Isaac Newton durante la segunda mitad del siglo XVII y principios del XVIII. A su muerte, estaban ya claramente perfiladas la Mecánica y la Óptica y se habían sentado las bases del cálculo infinitesimal en la Matemática, abandonando a partir de entonces las demostraciones "geométricas" en favor de las basadas en el cálculo [1].

Otra revolución importante vino marcada por la descripción fenomenológica por Faraday y matemática por Maxwell del Electromagnetismo. No obstante, a finales del siglo XIX parecía que todas las leyes importantes de la Física habían sido descubiertas. Todas sus ramas estaban parcial o "totalmente" entendidas, gracias a la labor de un gran número de científicos. Existe una anécdota, atribuida a H. Hertz, en la que, preguntado sobre el futuro de la física, respondió que "los físicos de la próxima generación están condenados. Todo lo más que podrán hacer es aumentar la precisión de las constantes fundamentales en un dígito, pero las leyes importantes han sido ya descubiertas." Se suponía que la Física como campo de investigación activo se había cerrado, no quedando por aclarar más que algunas "cuestiones de matiz" que para un alto porcentaje de científicos tenía más de filosófico que de físico [2].

Pronto estas predicciones tan pesimistas se mostraron erróneas. A finales del siglo pasado y principios de éste, se produjeron grandes avances en diversas ramas de la física que abrieron nuevas líneas de investigación. Por ejemplo, la teoría de la Relatividad, cuyas bases fueron publicadas por Einstein en 1905, o la Mecánica Cuántica, que prácticamente comenzó cuando en 1900 Planck explicó la radiación del cuerpo negro mediante la emisión de radiación electromagnética en forma de paquetes — "cuantos" — de energía, revolucionaron el punto de vista físico del mundo [2, 3].

Ya a finales del siglo XIX hubo varios investigadores que intentaron explicar aquellos experimentos que no tenían cabida en la teoría "ortodoxa." En particular, G.F. Fitz-Gerald y H.A. Lorentz intentaron explicar los resultados del experimento ideado por Michelson y Morley para medir la velocidad absoluta de la Tierra, planteando la hipótesis de que los objetos se contrajeran en la dirección del desplazamiento. En 1885 el matemático francés Henri Poincaré había esbozado la idea de que no es posible determinar la velocidad absoluta de desplazamiento de un móvil y sugirió una revisión de la mecánica newtoniana. Como consecuencia de ello, Lorentz planteó y Poincaré perfeccionó una nueva transformación de coordenadas —la transformación de Lorentz—, que reconciliaba las ecuaciones de Maxwell con los resultados de Michelson y Morley.

Simultáneamente Henri Poincaré contribuyó a sentar las bases de la Física no lineal, que engloba a aquellos sistemas cuya evolución está sujeta a leyes no lineales. Desde que en el siglo XVII se empezaron a describir los fenómenos físicos mediante modelos matemáticos, siempre se había considerado que los términos lineales eran los únicos relevantes. Se pensaba que la introducción de términos de mayor orden tendría como único resultado aumentar la precisión del mismo, pero sin variar sustancialmente las soluciones ni la dinámica. Fue principalmente Poincaré —junto con otros matemáticos como Hadamard quien planteó la posibilidad de existencia de soluciones radicalmente diferentes al incluir términos no lineales en los modelos[4, 5]. En particular, sugirió la existencia de la sensibilidad a las condiciones iniciales como una forma de originar sistemas impredecibles a largo tiempo, aunque siguieran un modelo determinista; predijo la existencia de atractores; etc.

Pero no fue hasta mediados de este siglo, con la invención de ordenadores cada vez más potentes que permitían trabajar numéricamente con modelos matemáticos deterministas, cuando se descubrieron en sistemas reales los fenómenos descritos por Poincaré. El descubrimiento por parte de Edward Lorenz[6] de lo que se ha dado en llamar un "atractor extraño" en un modelo meteorológico de sólo tres ecuaciones no lineales acopladas, fue el punto de partida para el estudio de temas que con anterioridad se habían considerado demasiado complejos. Procesos que se creía involucraban un gran número de variables podían ser descritos mediante modelos de baja dimensionalidad.

Paralelamente, a finales del siglo pasado se había comenzado el estudio del transporte de calor en líquidos. Desde antiguo se conocía la existencia de la convección —nombre dado por W. Prout en 1834 [7] a la circulación de fluidos forzada por una diferencia de temperaturas— pero eran pocos los estudios realizados sobre este tema: existían algunos trabajos como por ejemplo el trabajo de Czermak[8] sobre la convección "en forma de champiñón" (plumas térmicas) producida por un calentamiento puntual en 1893, o sobre el efecto de fuentes de calor extensas por parte de Von Benzold en 1885 [9]. En 1900, Henri Bénard planteó un sistema experimental[10, 11, 12] en el que se buscaba caracterizar completamente el comportamiento de una capa de fluido calentado uniformemente por debajo. A diferencia de trabajos anteriores, Bénard caracterizó las propiedades térmicas y las del flujo una vez alcanzado el régimen permanente. Encontró una estructura convectiva repetitiva, constituyendo la unidad fundamental una celdilla de forma prismática y base hexagonal, en la que el líquido subía por el centro y bajaba por las paredes.

En los primeros trabajos teóricos, realizados por Lord Rayleigh[13], sólo se tenía en cuenta el efecto del empuje de Arquímedes como mecanismo desestabilizador del líquido. Pero de esa forma no se conseguía explicar la formación de hexágonos en el sistema, sino que sólo podía explicar la existencia de un flujo en forma de tubos o rollos paralelos. Había por lo tanto algún otro mecanismo desestabilizante que no estaba incluido en el modelo y que daba cuenta de la formación de una estructura espacial extensa.

El propio Bénard apuntó ya en sus trabajos originales[11] la posible importancia de la tensión superficial en el experimento. Pero para su inclusión en los modelos teóricos hubo que esperar hasta los años cincuenta. En 1958 J.R. Pearson[14] realizó el primer estudio teórico en el que se tenía en cuenta el efecto de la tensión superficial. Pero este trabajo se realizó suponiendo la no existencia de la gravedad, por lo que sus conclusiones no explicaban bien el sistema estudiado por Bénard. En 1964 D.A. Nield[15] llevó a cabo un cálculo aproximado mediante series de Fourier del comportamiento de un sistema en el que coexisten el efecto de la gravedad y de la tensión superficial, y cuyos resultados concuerdan bastante bien con el experimento. De esta forma se pudieron explicar las características principales del experimento, aunque sólo cerca del umbral.

Hoy en día a la convección estudiada por Bénard se la conoce bajo el nombre de convección de Bénard-Marangoni, por ser el científico italiano del siglo XIX C.G.M. Marangoni uno de los que más trabajó sobre la tensión superficial. Por el contrario, se llama convección de Rayleigh-Bénard a la convección producida en un montaje análogo al de Bénard, exceptuando que el fluido está en contacto con una superficie rígida en su parte superior[16]. Así se destruye la interfase aire-fluido y la tensión superficial.

El análisis de las ecuaciones básicas del estudio de fenómenos convectivos —las ecuaciones de Navier-Stokes[17]— ha seguido una evolución paralela a la de la Física no lineal, ya que como consecuencia de la inclusión del término advectivo $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})$, producido por la existencia de movimiento en el fluido, resultan fuertemente no lineales. A causa de ello, en los años setenta y ochenta se ha producido un aumento espectacular de la investigación en este campo.

Paralelamente, una amplia variedad de sistemas experimentales han servido como bancos de pruebas para el estudio de fenómenos no lineales y de formación de estructuras. En varios campos de la ciencia se pueden encontrar estructuras y comportamientos dinámicos cuasi-periódicos que sólo tienen explicación en un entorno de interacciones no lineales. Como breve resumen, se pueden encontrar estructuras en biología (morfogénesis y ondas no lineales), química (reacción de Belousov-Zhabotinsky) o física (convección en fluidos puros o binarios, láseres, cristales de spin, cristales líquidos, crecimiento de cristales, etc). M.C. Cross y P.C. Hohenberg realizaron en 1993 una recopilación[18] de los trabajos llevados a cabo durante los últimos años sobre formación de estructuras, en la cual se puede encontrar abundantes referencias sobre estos campos de investigación.

Pero aun en sistemas tan sencillos como un péndulo se puede encontrar una dinámica tan compleja que necesite de un modelo no lineal. En particular, todos aquellos sistemas que están lejos del equilibrio termodinámico son buenos candidatos para el estudio de fenómenos no lineales, puesto que en ellos las pequeñas perturbaciones pueden ser rápidamente amplificadas y los términos no lineales se vuelven relevantes en la dinámica. No obstante el dispositivo experimental empleado, hay una serie de fenómenos universales que se producen en estos sistemas, como son por ejemplo los procesos de formación de estructuras, dinámica cuasi-periódica, la existencia de *caos*, etc. Estas características no dependen de la naturaleza del sistema elegido, sino de cómo son las interacciones no lineales que se producen en su seno.

En la comprensión de estos fenómenos queda un largo camino por recorrer. Aun en sistemas no lineales de baja dimensionalidad espacial (una o dos dimensiones) no todo está comprendido. Sistemas bidimensionales tan simples en principio como la convección de Bénard-Marangoni sólo están entendidos en parte, por lo que son objeto todavía hoy (casi un siglo después de su planteamiento) de intensa investigación.

Pero es sobre todo en el campo de los sistemas unidimensionales donde hay un auge mayor de estudios: crecimiento de cristales, inestabilidad de la impresora, inestabilidad de Taylor-Couette, mezclas binarias, estudio de avalanchas, calentamiento localizado, etc. Aunque se han encontrado características comunes a todos ellos, se está lejos de entenderlos completamente. El presente trabajo se enmarca dentro de la última línea de investigación señalada, es decir, un sistema con calentamiento localizado.

Introducción

0.1 Antecedentes

Como consecuencia del interés en el estudio de sistemas unidimensionales, se han propuesto durante los últimos cuarenta años una amplia variedad de sistemas experimentales. De estos, los hidrodinámicos resultan particularmente cómodos de controlar, puesto que las características de los fluidos están bastante bien comprendidas.

Dentro de esta línea investigadora, últimamente se ha potenciado el estudio de sistemas calentados localmente, sea mediante calentamiento lateral, colocando un calefactor unidimensional o utilizando un calentamiento puntual (plumas térmicas). Los dos primeros tipos de experimentos tiene una similitud. En ambos casos la celda presenta en una dirección horizontal (que llamaremos eje X) un gradiente de temperaturas diferente de cero. En la otra dirección horizontal (eje Y) el calefactor suele tener una longitud prácticamente infinita, con lo que se puede decir que el canal convectivo presenta simetría de traslación y de reflexión según Y. Es de esperar que cuando el fluido sufra una serie de bifurcaciones, cada una de las estructuras convectivas asociadas romperá alguna de las simetrías del problema, por ejemplo creándose estructuras periódicas en Y.

Los experimentos de calentamiento lateral se caracterizan por presentar en ausencia de convección un gradiente de temperatura horizontal. Normalmente esto se logra colocando a un lado de una capa de fluido una pared caliente y al otro una pared fría. Esta configuración ha recibido una amplia variedad de tratamientos tanto teóricos (Smith y Davis desde 1983 [19], Gershuni y col. en 1992 [20], Parmentier y col. en 1993 [21], citando sólo algunos) como experimentales. Estos varían sus resultados en función del tamaño de la celda convectiva según la dirección horizontal perpendicular al gradiente (supuesta infinita en los tratamientos teóricos). Existen trabajos con celda estrecha [22], prácticamente infinita en la dirección del calefactor [23] y con geometría intermedia [24, 25]. En todos estos trabajos se encuentra que para cualquier diferencia de temperatura entre las paredes —sin umbral— el sistema se desestabiliza, formando una convección primaria con el aspecto de un gran rollo que llena toda la celda. Conforme se aumentan los parámetros convectivos, esta estructura primaria sufre una nueva inestabilidad, los efectos de la cual varían según la geometría. En particular, la celda de Daviaud y Vince presenta estructuras repetitivas en la dirección paralela al calefactor.

En lo que respecta a los calefactores unidimensionales, hay varios sistemas experimentales diferentes estudiados durante los últimos veinte años. En 1973 Kayser y Berg [26] estudiaron la deformación de la superficie de una capa de fluido calentada por un filamento resistivo colocado en el fondo de una celda convectiva. El principal resultado de este experimento fue que la superficie inmediatamente superior al calefactor se curva, formando una superficie cóncava o convexa dependiendo del espesor de la capa de líquido. Este efecto se puede explicar como una competición entre las fuerzas debidas a la variación de la tensión interfacial con la temperatura, que conducen a una superficie cóncava (efecto Bénard) y las fuerzas de empuje, que producen una superficie convexa sobre el calefactor (efecto Rayleigh).

Más adelante, Anthore y colaboradores [27], variaron algo la geometría del problema, construyendo una celda de pequeña relación de aspectos (razón existente entre una longitud horizontal característica y la profundidad del líquido) en la que se introducía un líquido mezclado con un colorante. Obtuvieron que un haz láser de potencia relativamente alta "late" (se expande y contrae rítmicamente) cuando atraviesa la capa del fluido absorbente, ya sea paralela o perpendicularmente a su superficie. Además, si el haz láser atraviesa la celda a poca profundidad y paralelo a la superficie, ésta se deforma y oscila con el mismo período que lo hace el haz láser. Este efecto fue explicado mediante *lentes térmicas*, que se producen por la variación del índice de refracción del líquido con la temperatura, y de ésta como consecuencia de la actuación conjunta de la convección y la absorción de la luz láser.

El mismo grupo llevó a cabo un nuevo grupo de experimentos para averiguar la naturaleza de esas oscilaciones [28]. En sus primeros trabajos, colocaron un hilo resistivo de pequeña longitud (L = 3 cm) justo debajo de la superficie encontrando una dinámica oscilatoria. Determinaron los umbrales de temperatura para dicha inestabilidad que aparecía en la superficie debido al efecto Bénard. En los últimos trabajos de este grupo [29, 30, 31, 32], se obtuvieron dinámicas caóticas en el experimento (caos de tipo II), y se encontró un fuerte acoplamiento entre la variación de la resistividad del alambre y la dinámica producida. Este hecho sugiere que la inestabilidad pueda ser debida a la poca inercia térmica del calefactor, creándose en consecuencia un acoplamiento entre el calefactor y el fluido.

Recientemente Vince y Dubois [33] examinaron la dinámica de un sistema consistente en un alambre resistivo de gran longitud (L = 60 cm) sumergido cerca de la superficie de un aceite de silicona. El montaje experimental que realizaron les permitió obtener la dinámica espacio-temporal de esta configuración casi unidimensional. En estas condiciones observaron estructuras periódicas y viajeras en la dirección del calefactor cuya dinámica era puramente unidimensional, presentando fuentes y sumideros, un tipo de defecto ampliamente estudiado [34]. En el mismo experimento no encontraron naturalmente estructuras estacionarias, sino que se hizo necesario un forzado externo en la corriente del calefactor para generar estructuras no propagativas, pero con dinámica propia. Un experimento análogo realizado por Daviaud y Vince con calentamiento lateral en una celda relativamente larga muestra la existencia de una dinámica unidimensional similar [23].

Un aspecto común a los experimentos de calefactor unidimensional es la pequeña capacidad calorífica del dispositivo calentador usado para desestabilizar la capa de fluido, que puede actuar como mecanismo causante de la inestabilidad. Además, en el caso de utilizar un cable como calefactor, hay que tener en cuenta que siempre estará presente la catenaria, rompiendo la simetría traslacional del problema. Es por ello que se ha sugerido un nuevo método de calentamiento, sustituyendo los sistemas anteriores de poca inercia térmica por un bloque de cobre de masa relativamente grande. Así se logra un sistema de alta inercia térmica con lo que se consigue una configuración que está más cerca de la versión 1D de la convección de Bénard-Marangoni que los experimentos previos. Este trabajo está basado en este nuevo sistema de calentamiento.

0.2 Hipótesis de trabajo

El experimento planteado corresponde por tanto a un canal de fluido calentado localmente por un calefactor cuya geometría es prácticamente unidimensional. Con ello, generaremos una convección que esperamos tenga una dinámica claramente definida y corresponda a una evolución unidimensional en la dirección paralela al calefactor. Planteamos como problema a resolver la caracterización de dicho sistema experimental y de la secuencia de inestabilidades que aparezcan.

Se analizarán las características ideales de la estructura convectiva (longitud de onda λ y frecuencia angular ω) asociada a cada inestabilidad comparándolas con otros estudios realizados en experimentos análogos, y se estudiarán las imperfecciones (defectos) que se creen. Asimismo se intentará comprender su comportamiento de acuerdo a los modelos y clasificaciones realizadas a lo largo de las últimas décadas. Por último, se buscará la determinación de los campos de velocidad y temperatura, y las causas físicas de las posibles dinámicas.

Este trabajo se ha organizado en cuatro secciones. La primera de ellas comprende la descripción de las diferentes técnicas experimentales utilizadas. Se ha puesto especial énfasis en la descripción de las técnicas de visualización empleadas, así como en las técnicas de interpretación de datos.

En la segunda sección se plantean todos los resultados obtenidos, bien sea directamente del experimento o a través de simulaciones numéricas de modelos o de las ecuaciones características de un fluido. La tercera sección corresponde a una discusión de los resultados obtenidos, planteándose las conclusiones a las que se llega en el presente trabajo.

Finalmente, se ha dejado para los apéndices aquellos apartados que no son completamente imprescindibles para la comprensión del texto, pero que proporcionan la base para su desarrollo.

Sección I

Descripción del experimento

Capítulo 1

Organización del experimento

Cuando se plantea la realización de un experimento, la idea que subyace es comprender el funcionamiento de un sistema, caracterizándolo mediante la descripción cualitativa y cuantitativa de las causas que lo producen, su comportamiento, y su posible influencia en otros fenómenos. Para ello, en un montaje experimental es imprescindible que, primero, el sistema en estudio evolucione conforme a como lo haría de forma natural, y, segundo, que no haya fuentes de perturbaciones, bien sean internas, como otros fenómenos asociados al sistema, pero cuyo estudio esta más allá del objetivo del experimento, o externas, como las medidas realizadas.

Antiguamente los experimentos se hacían directamente "sobre" la naturaleza. Es famoso el caso de la medición por parte de Galileo del período de un "péndulo" (una lámpara de la catedral de Pisa) controlando el tiempo mediante su propio ritmo cardíaco, lo cual le llevó a proponer la ley de evolución del péndulo. Pero conforme los experimentos fueron ganando en precisión se vió que era necesario aislarlos de influencias externas para que el sistema evolucionara por acción de unos pocos parámetros bajo control del experimentador.

En este experimento en particular buscamos estudiar la evolución de un fluido con superficie libre (en contacto con el aire) sometido a un calentamiento localizado colocado en su parte inferior. Específicamente, lo que se busca es el análisis de un sistema que presente simetría traslacional según un eje paralelo a la superficie, y a la vez simetría de reflexión respecto de un plano conteniendo a ese eje. Con ello se espera conseguir un sistema en el que la dinámica que aparezca, si lo hace, sea principalmente unidimensional. Por ello, son de interés la realización de medidas de:

- a) Características de las estructuras del sistema en función de los parámetros de control.
- b) Evolución dinámica del sistema.

- c) El campo de temperaturas en el fluido.
- d) El campo de velocidades en el fluido.

A la hora de diseñar el sistema experimental utilizado en este trabajo, se han tenido en cuenta todos estos factores: se ha intentado controlar las condiciones de contorno, se ha elegido un sistema observacional óptico, por ser los de este tipo los menos invasivos, y, finalmente, se han introducido nuevos factores a considerar a la hora de diseñar las celdas, puesto que los gradientes térmicos se pueden hacer fácilmente inhomogéneos.

1.1 fluido empleado

En un experimento convectivo como es éste, el tipo de fluido que se emplea es un factor determinante del tipo de fenómenos físicos que se van a observar. Además, tendrá que cumplir una serie de características para poder realizar las observaciones y las medidas. Por lo tanto, deberá cumplir como mínimo las siguientes características:

- a) Debe ser transparente, de modo que todo el fluido sea accesible a la observación mediante medios ópticos. Además, son factores condicionantes su pureza y la uniformidad de sus propiedades físicas, como su densidad, un coeficiente de evaporación lo más pequeño posible, su conductividad térmica, etc.
- b) Las propiedades físicas, excepto la densidad y la tensión interfacial del fluido, no deben variar demasiado al variar la temperatura (condición de Boussinesq¹). De esta forma, todos los efectos producidos por los gradientes térmicos pueden ser atribuídos al efecto Rayleigh-Bénard (básicamente, el empuje de Arquímedes, debido a inhomogeneidades en la densidad) o al efecto Bénard-Marangoni (debido a inhomogeneidades en la tensión interfacial).
- c) Otra característica a valorar es la viscosidad cinemática. En general, cualquier inestabilidad en un fluido en convección se desencadenará cuando un parámetro de control cruce un umbral. Los dos mecanismos de desestabilización que aparecen aquí son el empuje de Arquímedes (controlado por el número de Rayleigh) y el efecto Marangoni (controlado por el número de Marangoni). Estos números adimensionales dependen proporcionalmente del gradiente establecido en la capa de líquido, y son inversamente proporcionales a la viscosidad. Recordemos que para no

¹La aproximación de Boussinesq se plantea para facilitar el estudio de las ecuaciones de evolución hidrodinámicas. Consiste en suponer que todos los parámetros de un fluido permanecen constantes al variar la temperatura, exceptuando la densidad en el término que expresa el empuje de Arquímedes en la ecuación de conservación del momento (ver la referencia [17]).

tener efectos adicionales tipo no-Boussinesq, la distribución de temperaturas en el fluido debe ser tal que las propiedades físicas no varíen mucho de un punto a otro. Por ello, si para desencadenar una inestabilidad tenemos que cruzar un cierto umbral, interesa que la diferencia de temperatura no sea demasiado grande y en consecuencia, hay que buscar fluidos de baja viscosidad.

Viscosidad	Tensión	Conductividad	Difusividad	Coeficiente de
Cinemática	Interfacial	Térmica	Térmica	Dilatación
$5 \mathrm{cSt}$	$0.0197 \text{ N} \text{ m}^{-1}$	$0.117 \text{ W} \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$6.68 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	$1.05 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
$d\nu/dT$	$d\sigma/dT^*$	Densidad	Número de	Tiempo car. de
			Prandtl $\left(\frac{\nu}{k}\right)$	conv. (a 3 mm)
$-0.1 \text{ cSt} \cdot \text{K}^{-1}$	$-8 \cdot 10^{-5} \text{ Nm}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	75	$\sim 2 \ s$

* Información proporcionada por los profesores G. Chavepeyer y J.K. Platten, Servicio de Química General, Universidad de Mons, Bélgica

Tabla 1.1: Propiedades físicas del aceite de Silicona 5 cSt.

d) En un experimento convectivo, el número de Prandtl del líquido ($Pr = \nu/\kappa$, donde ν es la viscosidad cinemática y κ la difusividad térmica) es un factor esencial, ya que da una idea de la importancia relativa de la conducción frente a la convección como medio de disipación de calor.

De ésta forma, si $Pr \gg 1$, el tiempo característico de la convección $(\tau_{conv} = d^2/\nu, \text{ siendo } d$ el espesor de la capa de líquido) será mucho menor que el tiempo característico de difusión térmica $(\tau_{cond} = d^2/\kappa)$. En nuestro caso, Pr = 75, y para una capa de fluido de espesor típica (d = 3mm) los tiempos característicos toman los valores $\tau_{conv} \simeq 2s$ y $\tau_{cond} \simeq 135 s$. Se dice entonces que el campo de velocidades está "esclavizado" al campo de temperaturas, queriendo significar con ello que ante cualquier perturbación de la temperatura en una región, el flujo se adapta "instantáneamente," usando como unidad de tiempo el de difusión térmica.

Como consecuencia, si el número de Prandtl es alto, y se ha producido una inestabilidad primaria que origine un movimiento convectivo (convección primaria), en el seno del fluido el perfil de temperaturas tiende a uniformizarse, puesto que la convección intenta contrarrestar cualquier inhomogeneidad producida por conducción.

Si se establece una diferencia de temperaturas entre los límites del fluido ΔT , el gradiente de temperatura que se alcanza en el interior será inferior al aplicado $\beta_{aplicado} = \Delta T/d$ (figura 1.1). Por lo tanto, en el caso de tener un líquido con su parte superior en contacto con el aire se debe crear una capa límite térmica (zona en la que el campo de temperatura se comporta de forma diferente a como lo hace en el resto del fluido) [35] en la parte inferior de la capa en convección cuyo gradiente $\beta_{l \leftarrow mite}$ sea



Figura 1.1: Perfil de temperaturas (-) ideal y (-) real en un líquido de bajo número de Prandtl.

superior a $\beta_{aplicado}$. Si se incrementa ΔT , alejándose del umbral de la aparición de la convección primaria, estas capas límites se van volviendo cada vez más inestables, puesto que $\beta_{l \subset mite}$ debe crecer, hasta que por efecto Rayleigh (Arquímedes) se produzca una inestabilidad secundaria. Un caso en el que aparece un fenómeno de este tipo es la inestabilidad bimodal [36] de la convección de Rayleigh-Bénard. En ella, en una convección en forma de rollos paralelos crea dos capas límite (ambas superficies del líquido, inferior y superior, son rígidas) que para un valor de los parámetros se desestabilizan creando un convección en forma de rollos superpuestos y perpendiculares a los primeros.

Por todo lo dicho, se ha optado por un aceite de silicona con una relativamente baja viscosidad cinemática ν de 5 cSt, el cual se ajusta bastante bien a estas exigencias. Sus propiedades aparecen listadas en la tabla 1.I. En la figura 1.2 se puede observar las variaciones de la tensión superficial (prácticamente lineal) y de la viscosidad con la temperatura.

1.2 Celdas convectivas

Durante las diferentes etapas de la realización del presente trabajo de investigación se han ido utilizando distintos recipientes de características controladas, en los cuales se introduce el fluido y en los cuales se desarrolla la convección. Son las celdas convectivas. En las primeras etapas, se comenzó utilizando



Figura 1.2: Variación de las propiedades físicas del aceite de silicona con la temperatura: a) tensión superficial b) viscosidad.

celdas en las que la estanqueidad se lograba por medio de diferentes tipos de pegamentos. En las celdas en las que finalmente se ha llevado a cabo el experimento, no se han utilizado más que medios mecánicos, principalmente juntas tóricas, para conseguir la estanqueidad.

Las causas de haberlo hecho así son principalmente dos. La primera, que ninguno de los pegamentos utilizados asegura una estanqueidad a largo plazo. Todos han sido disueltos en más o menos tiempo por el aceite de silicona. La segunda, y más importante, es que una proporción realmente pequeña de un producto químico del tipo de los pegamentos puede hacer que las propiedades físicas del fluido varíen drásticamente, por lo que no es conveniente utilizar productos solubles en aceite de silicona. Esto es particularmente cierto para la tensión superficial, parámetro crítico en este experimento.

En este experimento se han utilizado principalmente dos modelos de celda convectiva. Nos referiremos a ellas por la longitud del canal en el que se lleva a cabo la convección: 20 cm y 47 cm. En todo este trabajo consideraremos el eje Z paralelo a la vertical, con el origen en el fondo, el eje Y paralelo al eje longitudinal de la celda —el calefactor— y el eje X, perpendicular a los otros dos, recorriendo la anchura del canal, teniendo su origen en el centro —sobre el calefactor—.

1.2.1 Celda de 20 cm

Como se ha comentado en la introducción de esta sección, a la hora de diseñar la celda convectiva se han intentado evitar las características presentes en otras celdas que pudieran ser fuente de los fenómenos allí estudiados. Recordemos que tales características eran, principalmente, la presencia de la catenaria y la poca inercia térmica de los calefactores empleados. Por ello, lo primero que se diseñó de esta celda fué el calefactor, supeditándose el resto de propiedades de la celda a las de aquél. Para evitar la presencia de la catenaria, se descartó la utilización de cables tensados. Así se perdía una de las ventajas de los filamentos: su unidimensionalidad. No obstante, se consideró que utilizar una pieza maquinada de 1 mm de anchura y 20 cm de longitud sería lo suficientemente unidimensional para conseguir los efectos buscados.

En segundo lugar, se buscó que la inercia térmica del sistema calefactor fuera lo más grande posible. De esta forma, si hubiera inhomogeneidades en la temperatura del fluido, el calefactor puede proporcionar la potencia calorífica suficiente sin que su distribución de temperaturas se vea afectada de forma apreciable, evitando así dar origen a fenómenos de realimentación.

En consecuencia, se fabricó un bloque de cobre de 23 cm de longitud, 4 cm de anchura y 1.5 cm de altura, al que se le practicaron dos conductos taladrados paralelamente a su dirección más larga, que tomamos como eje Y. Una corriente de agua de 11 l/min, termoestabilizada con una precisión de \pm 0.05 K, proporciona la potencia calorífica necesaria. Como elemento calefactor se colocó en el centro de su parte superior una pestaña de 0.1 cm de ancho, 20 cm de longitud y 0.5 cm de altura, cuya parte superior será la que esté en contacto con el fluido y constituirá el calefactor propiamente dicho. Todas las dimensiones de este bloque tienen una precisión de una décima de micrómetro, una característica particularmente interesante en lo que se refiere a la anchura de la pestaña y a su planitud. Podemos decir en consecuencia que tenemos un calefactor plano ($\pm 10\mu m$) de relación de tamaños longitud/anchura de 200 (cuasi-unidimensional) y de alta inercia térmica (masa aproximada, 1 kg; difusividad térmica $\kappa_{Cu} = 1, 156 \cdot 10^{-4} m^2/s$).

Una vez fijadas las características del calefactor, se diseñó la celda en sí. Se optó por construir un canal cuyo fondo estuviera constituido por dos espejos de primera superficie, uno a cada lado del calefactor, (para facilitar la observación mediante una ombroscopía de reflexión en el fondo) y cuyas paredes fueran fácilmente intercambiables. De esta forma, se pueden diferenciar dos celdas, cada una de las cuales tiene diferentes paredes. Una, con paredes de metacrilato —aislante térmico— y otra, con paredes de aluminio termoestabilizadas mediante una segunda circulación de agua. En la figura 1.3 aparecen recogidas las secciones de las dos celdas a las que nos referimos. Se obtiene un canal cuyas dimensiones físicas son 20 cm de largo, 4 cm de ancho y 1.5 cm de profundidad.

En el caso del metacrilato, las paredes no están estabilizadas térmicamente desde fuera, sino que se les deja alcanzar el equilibrio con las otras partes de la celda a través de un proceso puramente conductivo. En el caso de las paredes de aluminio, éstas están a su vez estabilizadas térmicamente por una segunda circulación de agua que atraviesa dos conductos paralelos al eje Y a ambos lados del canal. Este hecho permite un control mayor sobre uno de los parámetros de entorno como es la temperatura de la pared lateral del canal.



Figura 1.3: Celdas de 20 cm. **a**) paredes de metacrilato (sin termoestabilizar) **b**) paredes de aluminio (termoestabilizadas).

Este parámetro no introduce variaciones cualitativas sobre las estructuras observadas, sino sólo diferencias en la localización de los umbrales a cruzar en otros parámetros para inducir un cambio estructural en la convección (es un efecto análogo al de cambiar la viscosidad del aceite de silicona). Por todo ello, la celda utilizada principalmente ha sido la de paredes laterales de metacrilato.

Una vez construída la celda, es de interés conocer cuál es el perfil de temperaturas que aparece en su interior, sobre todo sobre el eje X (en la sección de la celda). En otros experimentos en los que el calentamiento es bidimensional, la distribución de temperaturas en el fondo de la celda es, idealmente, uniforme. Para averiguar cuál es la correspondiente a este caso, se ha realizado una simulación numérica en una sección de la celda según el plano XZ, que muestra un buen acuerdo con las medidas experimentales. La simulación se ha hecho para un estado conductivo de la celda (cuando sólo se transmite calor por conducción), y en ella se obtiene una distribución de temperatura que presenta un pico bastante suave en el centro del fondo de la celda. En estas condiciones empieza a ascender una columna de fluido caliente en la zona inmediatamente superior al calefactor, descendiendo por las paredes laterales. Esta convección constituye el flujo primario o de base, uno de cuyos efectos será agudizar el pico de temperaturas.

Un problema que apareció en esta celda fué que la distribución de temperaturas a lo largo del calefactor no presentaba simetría de traslación. En particular, presentaba un mínimo en el centro y máximos en los extremos (figura 1.4). Como veremos después, la existencia de este gradiente puede ser crítico a la hora de determinar cuáles son las estructuras y los comportamientos dinámicos que aparecen en la celda.

Por ello, se optó por diseñar una nueva celda, mayor que la primera, y cuyas propiedades se aproximaran más al ideal de una celda infinita con simetría traslacional a lo largo del calefactor.



Figura 1.4: Perfil de temperatura a lo largo del calefactor en la celda de 20 cm.

1.2.2 Celda de 47 cm

Cuando se diseñó esta celda, se intentó perfeccionar la anterior de 20 cm. Las características susceptibles de mejora eran:

- a) El perfil de temperaturas ideal a lo largo del eje X (perpendicularmente al calefator) es uno inhomogéneo del tipo gaussiano, centrado en el calefactor. Se obtiene con la celda de 20 cm, pero su anchura resulta excesiva. Aquí se intentará obtener un perfil más agudo.
- b) El perfil de temperaturas a lo largo del eje Y (a lo largo del calefactor) no es plano. Idealmente, el gradiente de temperaturas a lo largo del calefactor debiera ser cero. En la celda anterior no era cero en ningún punto. Aquí se intentará que lo sea en todos sus puntos. No obstante, en los extremos resulta difícil controlar dicho perfil. Procuraremos que sean lo más pequeñas posible las zonas en las que influye este hecho.
- c) La temperatura de las paredes no estaba bien controlada. Aún con las paredes de aluminio, aparece un problema: al ser las paredes conductoras, el fluido tiende a tener una temperatura uniforme cerca de la pared. Por ello, en el nuevo diseño se ha intentado construir una celda cuyas paredes estén estabilizadas térmicamente, pero que no sean buenas conductoras, para permitir la existencia de estructuras hasta cerca de la pared.

A tal fin, se diseñó la celda de metacrilato cuya sección aparece en la figura 1.5. En esta celda se han evitado estos problemas.

En lo que se refiere al perfil de temperaturas en el fondo a lo largo del eje X, se ha rodeado al calefactor de una capa de un grosor mínimo de 1 cm de un aislante térmico (espuma de poliestireno expandido en bloques, de características físicas $\lambda = 0.035 \frac{W}{m^{\circ}K}$, $\rho = 18 \frac{kg}{m^3}$). En la celda de 20 cm, el calefactor se colocaba horizontal (es decir, la dimensión de 4 cm horizontal y la de 1.5 cm vertical). Aquí se ha colocado vertical (los 4 cm vertical y la



Figura 1.5: Celda larga

dimensión de 2 cm horizontal). De esta forma se ha dificultado el flujo de calor hacia los espejos, y junto con el hecho de haber prolongado la pestaña de 5 mm en la celda de 20 cm a 8 mm en esta celda, se ha logrado que el gradiente de temperaturas en el fondo en la dirección perpendicular al calefactor (sin convección) sea mayor que en la celda de 20 cm.

El perfil de temperaturas a lo largo del calefactor también se ha mejorado de forma apreciable. Hay una zona central de unos 40 cm cuyo gradiente térmico es prácticamente cero. Sólo cerca del extremo por el que entra el agua termoestabilizada el perfil se curva, en una zona de unos 2 cm, variando la temperatura en sólo ± 0.5 K. De esta forma, se espera que el comportamiento dinámico de las estructuras que aparezcan sea más universal que el que aparece en la celda de 20 cm.

En tercer lugar, la temperatura de las paredes se ha controlado mediante dos piezas de aluminio incrustadas en las paredes de metacrilato de la celda, de forma que termoestabilizen las temperaturas de éstas, pero sin que lleguen a estar nunca en contacto el fluido y el material conductor (el aluminio). Así, el fluido en contacto con la pared podrá tener un perfil de temperatura inhomogéneo.

Otros aspectos que han variado son, por ejemplo, las características del calefactor y del canal en el que se lleva a cabo la convección. El calefactor ahora es de aluminio, cuya difusividad es menor que la del cobre, pero todavía apreciablemente mayor que la de cualquiera de los otros materiales. Su relación de tamaños es todavía mayor, puesto que ahora el calefactor esta en contacto con el fluido en 47 cm de longitud, manteniendo en 1 mm la anchura. Por otra parte, el canal pasa ahora de 4 cm a 6 cm de anchura, teniendo unas dimensiones efectivas de 47 cm de largo, 6 cm de ancho y acepta en principio



Figura 1.6: Diferentes perfiles de temperatura perpendiculares al calefactor en la celda de 47 cm. La diferencia de temperatura en el fondo entre el calefactor y la pared es de aproximadamente 4 0 C en todos los casos.



Figura 1.7: Perfil de temperatura paralelo al calefactor en la celda de 47cm. La línea continua corresponde a un ajuste lineal para los primeros 45 cm cuya pendiente es prácticamente cero.

capas de fluido de hasta 3 cm de profundidad. De hecho, en ningún momento en esta celda se van a usar espesores de más de 4,5 mm.

1.2.3 Subsistemas de apoyo

Para el calentamiento y refrigeración de las celdas se han utilizado hasta tres circuitos cerrados de agua termoestabilizada. En los dos circuitos principales, de 11 l/min para el calefactor y de 30 l/min para los refrigeradores, con una estabilidad de ± 0.05 K, se cuidó especialmente que el circuito de agua estuviera aislado en todo su recorrido, para que el sistema no presentara pérdidas grandes entre el baño estabilizador y la celda convectiva. De esta forma, se han medido variaciones de la temperatura del agua termoestabilizada a la entrada de las celdas menores de 0.1 K. El tercer baño se ha utilizado de forma "flotante" para aspectos puntuales del experimento, no habiéndose considerado primordial reducir las pérdidas en este caso.

Por otra parte, uno de los aspectos que se ha controlado ha sido la temperatura efectiva de los calentadores y del aire. Mediante un sistema de termopares se ha controlado en todo momento la temperatura de entrada de las circulaciones de agua de calefacción y de refrigeración, pudiéndose medir de esta forma las diferencias de temperatura efectivas entre los calefactores y los refrigeradores y la temperatura ambiente.

Finalmente, se ha medido en todo momento la temperatura del aire en el laboratorio. Aunque no está controlado, el estar situado en un sótano en contacto con la tierra a unos 5 m de profundidad, ha ayudado a que durante todo el tiempo en que se ha desarrollado el experimento, la temperatura media del laboratorio haya oscilado entre 17 0 C y 21 0 C. No obstante, esto no quiere decir que durante la realización de un experimento la temperaturua media del laboratorio haya oscilado 6 grados, sino que a lo largo de varios años la temperatura ha estado entre esos márgenes. En un experimento típico, la temperatura media del aire en la mesa del experimento ha oscilado con una desviación menor de 0.4 K.

1.3 Sistemas de medida

Conforme se ha realizado el presente trabajo de investigación, se han ido empleando diferentes técnicas observacionales, según cuál era en cada momento la variable de interés. Ateniéndonos a las variables, los sistemas de observación se pueden dividir en sistemas de medida de estructuras, de temperatura y de velocidad.
1.3.1 Sistemas de medida: estructuras

Para caracterizar qué estructura de convección se forma en el fluido, es preciso encontrar algun parámetro físico que se vea afectado por la distribución de temperaturas y/o velocidades en el seno del líquido y cuya medición sea fácilmente realizable. En un líquido existe una relación directa entre las propiedades del fluido (como por ejemplo la densidad, dependiente de la temperatura) y el índice de refracción (ecuación de Clausius-Mössoti), por lo éste se ajusta perfectamente a las características buscadas.

En un líquido en convección no turbulenta, el fluido asciende desde el fondo hacia la superficie por zonas bien definidas, ocurriendo lo mismo en el descenso. En las zonas de ascensión, el fluido está más caliente que su entorno. Como el índice de refracción disminuye con la temperatura (en primera aproximación, el material se vuelve menos denso), en la zona donde el líquido asciende tenemos un material de "bajo" índice de refracción rodeado de un material de "alto" índice (relativamente, por supuesto). Tendremos por lo tanto que el camino óptico efectivo será menor en la zona caliente que en la fría: tenemos una lente divergente. Y al contrario ocurre en la zona donde el líquido desciende. Por lo tanto, si iluminamos desde arriba un fluido en convección, en primera aproximación, las zonas brillantes corresponderán a descenso de líquido y en las zonas oscuras, ascensión. Es el efecto de "lentes térmicas."

No obstante, hay muchos aspectos que aquí no se han tenido en cuenta. Si la superficie del líquido presenta curvatura, ocurre exactamente al revés: una zona de la superficie caliente, rodeada de líquido frío, tiene una tensión superficial mayor que su entorno: tiende a descender, "expulsa" el fluido hacia donde la tensión es menor. En el experimento realizado por Kayser y Berg se comprobó que efectivamente la superficie del líquido se combaba según el valor de los parámetros convectivos. En este caso, utilizando la referencia de ejes expuesta en la sección 1.2, hemos comprobado que hay curvatura únicamente en la dirección del eje X (perpendicular al calefactor). Además, esta curvatura permanece estacionaria en el tiempo, como lo demuestran las medidas de deflexión de un haz láser reflejado en la superficie. Nosotros estamos interesados en la formación de estructuras y su dinámica según el eje Y, paralelo al calefactor, por lo que la desviación producida por efecto de superficie en este caso es despreciable frente a los efectos de "lentes térmicas."

Por lo tanto, los sistemas ópticos de observación del fluido en convección son buenos candidatos para la observación de las estructuras. Pero ahora el problema es qué sistema de observación óptico utilizar. Principalmente existen dos: Schlieren y Ombroscopía. Aunque los dos nombres se refieren a la observación de "sombras," sus características son muy diferentes.

La técnica de Schlieren, así como la de campo oscuro que se usa en microscopía, utiliza un hecho bien conocido: si queremos formar una imágen de un objeto utilizando una lente convergente, es fácilmente demostrable, incluso por óptica geométrica, que en el plano focal de la lente obtenemos la transformada de Fourier del objeto de intensidad. Aprovechándose de este hecho, se puede filtrar el orden cero, es decir la luz de fondo (caso del campo oscuro), se puede filtrar medio plano de Fourier (caso del Schlieren), se puede introducir falso color, etc.

En cambio, la Ombroscopía se basa en el hecho de la existencia de lentes térmicas. Si se ilumina la celda convectiva con un haz de luz plano, por la existencia de dichas lentes y si la estructura es regular y repetitiva, habrá una distancia en la que la imágen aparecerá lo más contrastada posible, y que coincide aproximadamente con la distancia focal de dichas lentes. A esta distancia se le llama distancia de focalización. No se ha colocado la pantalla a esa distancia, sino que se ha trabajado más cerca de la celda, obteniéndose contrastes menores al 10 % en las imágenes registradas, lo que como consecunecia del proceso de digitalización resulta en un contraste menor en la pantalla real. Aunque de esta forma se recoge menos información que con el Schlieren (la imagen de éste es proporcional a la primera derivada espacial del índice de refracción, mientras que la ombroscopía es proporcional a la segunda derivada), hemos optado por ella porque permite aperturas mayores (recordemos que utilizamos celdas de hasta 47 cm de largo) y no precisa de grandes ajustes ante cualquier perturbación. Por último hemos realizado todo un proceso de filtrado de la señal así obtenida, mediante técnicas de filtrado espacial en tiempo real y con transformadas de Fourier bidimensionales *a posteriori*.

El esquema de la figura 1.8 muestra el sistema de observación utilizado para la caracterización de las estructuras convectivas que aparecen en el experimento. Como se puede observar, en este montaje el sistema de iluminación no consiste en un haz plano. Esto resulta interesante en el caso en que se quiera hacer una reconstrucción del campo de índices de refracción. Nosotros sólo estamos interesados en caracterizar la estructura. Por ello, no es un factor determinante el obtener un haz de rayos paralelos. Además, aun así se manifiesta el efecto de lentes térmicas, que es lo que necesitamos. Por otra parte, al tener que iluminar celdas de hasta 47 cm, el utilizar un haz plano implicaría el empleo de espejos o lentes de 50 cm de apertura como mínimo, hecho que plantea numerosos problemas experimentales. De todas formas, el haz utilizado, aun siendo divergente, tiene una divergencia de menos de 0.06 *rad* en el caso más desfavorable.

A continuación, la imagen es recibida en la cámara CCD (Charged Coupled Device) registrándose los datos en un ordenador ya sea vía una tarjeta digitalizadora de imágenes, un aparato registrador de vídeo o ambos simultáneamente.

La dinámica de las estructuras convectivas puede llegar a ser bastante lenta, produciéndose desplazamientos apreciables en tiempos que oscilan entre los treinta segundos y las dos horas. Por ello se ha desarrollado un sistema de registro de la dinámica de las estructuras en una dirección previamente



Figura 1.8: Montaje observacional de las estructuras convectivas

elegida.

Básicamente, consiste en un programa informático que obtiene a intervalos regularmes de tiempo una línea de pixels dada de la imagen digitalizada. Realmente, estamos suponiendo que la dinámica que se produce a lo largo de esa línea es representativa de la de la estructura convectiva como un todo. Como veremos a lo largo del presente trabajo, en este caso esta suposición es válida. Por ello, tomamos la evolución de una línea de pixels paralela al calefactor, y lo más próxima posible a él. (Recordemos que sólo podemos ver el fluido que esta sobre los espejos, cuando trabajamos con un haz de luz de incidencia perpendicular.) Posteriormente, después de haber realizado los filtrados y operaciones necesarias, el programa va colocando cada línea obtenida debajo de la anterior, apilándolas, de forma que al terminar el proceso se obtiene un diagrama espacio-temporal, en el que la dimensión horizontal corresponde a una línea espacial de pixels, y el eje vertical a la misma línea en diferentes instantes de tiempo. En todos los diagramas espacio-temporales expuestos en este trabajo el tiempo transcurre en el eje vertical desde la parte superior hacia la inferior. En definitiva, lo que se ha hecho es transformar las frecuencias temporales en frecuencias espaciales: una alternancia en un punto de brillo y oscuridad se transformará en el diagrama en una línea vertical de puntos claros y oscuros.



Figura 1.9: Esquema del sistema de digitalización y obtención de los diagramas espaciotemporales

1.3.2 Sistemas de medida: temperatura

Para observar el comportamiento térmico del fluido, se ha utilizado un método directo y otro indirecto. El método directo consiste en la utilización de termopares para observar la evolución de la temperatura en un punto de la interfaz líquido-aire. Dichos termopares son del tipo K, con un diámetro de 0.5 mm y un tiempo característico de $0.3 \ s$ cuando están sumergidos en aceite de silicona. La colocación de los termopares es crítica, ya que, según cuál sea, modifica completamente la dinámica de los estructuras presentes en la celda, pudiendo llegar, en el caso de las ondas viajeras, a fijar su posición. Por ello se ha optado por realizar las medidas en la pared del canal convectivo. La misma razón es la que nos ha obligado a colocar el termopar en la superficie, no pudiendo realizar medidas directas de la temperatura en el seno del fluido. Por otra parte, otros sistemas sin contacto de medida de temperatura, tipo sensores de infrarrojos, no han podido ser utilizados porque modifican el flujo de aire sobre la superficie, modificando de forma crítica la convección. El sistema de medida utilizado ha restringido la precisión de las medidas de temperatura a 0.1 K, suficiente para las oscilaciones de temperaturas que hemos medido. Este sistema se ha utilizado sobre todo para obtener series de temperatura para cada una de las estructuras convectivas que aparecen en el sistema.

El método indirecto con el que se ha observado la temperatura de la celda consiste en estudiar cómo se desvía de la dirección de entrada (perpendicular a la superficie) un haz láser que atraviesa la celda reflejándose en el fondo [38]. Se puede obtener información sobre cómo se comporta el fluido sobre todo del reflejo del haz sobre la superficie (que no atraviesa el fluido) y del



Figura 1.10: Esquema de observación mediante deflexión de un haz láser. Se ha exagerado el ángulo de incidencia para hacer más claro el esquema. Las felchas blancas indican el sentido de la oscilación de las manchas de luz

haz que se refleja una vez en el fondo (que sí atraviesa el fluido). Del rebote en la superficie se pueden llegar a obtener estimaciones de la inclinación de la superficie, e, incluso, cambiando el ángulo de incidencia, se puede hacer una estimación de la amplitud de dichas oscilaciones del orden de las micras, si las hubiera.

En lo que respecta al haz que atraviesa el fluido, se pueden obtener hasta cuatro rebotes en menos de media longitud de onda de la estructura convectiva sin problemas, con lo que se puede suponer que la distribución de temperatura que atraviesa cada rebote es la misma (hecho confirmado por las medidas). Esto tiene como ventaja que a cada rebote la desviación debida a lentes térmicas se ve potenciada. De esta forma, se puede observar la existencia de gradientes de temperatura a lo largo de los eje $X \in Y$.

1.3.3 Sistemas de medida: velocidad

Una medida complementaria utilizada para comprobar la naturaleza de los fenómenos observados ha sido sembrar el fluido con polvo de aluminio en muy baja concentración de radio muy inferior al menor radio de curvatura del sistema (~ 1 mm). La ventaja que tiene este polvo de aluminio (de un grano inferior a 20 μ m) es que es un material inerte. Como consecuencia, en bajas concentraciones no modifica las propiedades del fluido (densidad, viscosidad y tensión superficial, principalmente).

De esta forma, e iluminando con una fuente de luz intensa, se observa el flujo de partículas brillantes individuales en el interior del líquido, cuyo comportamiento dinámico es más sencillo de seguir que el del propio fluido. Es preciso suponer, no obstante, que en un instante de tiempo finito, la velocidad de la partícula es similar a la del líquido. (Esto es cierto para flujos no



Figura 1.11: Velocimetría de trazadores inertes. Esquema mostrando la sección longitudinal y la planta de la celda. A la derecha se muestra el diagrama espacio-temporal correspondiente.

turbulentos y velocidades no demasiado altas. En hidrodinámica se utiliza un parámetro para determinar en qué condiciones un flujo se puede volver turbulento. Dicho parámetro es el número de Reynolds $Re = \frac{vd}{\nu}$, donde v es la velocidad del fluido, d es una dimensión característica del sistema en cuestión y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Normalmente se considera que si Re < 100 se obtiene flujo laminar [40]. En este caso el flujo es regular al ser $Re \sim 10.$)

Según el fin deseado, se han empleado diferentes técnicas para observar el movimiento de estos trazadores. Si el fin buscado ha sido hacer una medida cuantitativa de la velocidad en cada punto, se ha iluminado mediante un láser expandido en un plano paralelo a la interfaz líquido-aire, como se ilustra en la figura 1.11. De ésta forma, y mediante un sistema de registro de datos similar al del registro de estructuras, se obtiene una estimación de las componentes en ese plano de la velocidad en cada punto del fluido. Procediendo de forma análoga a diferentes profundidades (variando la distancia entre el plano láser y la superficie) se puede hacer una reconstrucción cuantitativa del campo de velocidades (ref. [39]).

Si lo que se quiere es obtener cualitativamente el flujo en el fluido, se expande un haz láser de forma que ilumine todo el seno del líquido. Digitalizando después períodos de unos 40 segundos a razón de 10 muestras por segundo, y superponiéndolas, se puede obtener la traza de dichas particulas. De ahí luego se pueden sacar conclusiones sobre la naturaleza de los fenómenos observados.

1.3.4 Otros sistemas de medida

El espesor de la capa de fluido y la inclinación de la celda son dos de los parámetros del experimento cuya determinación es crucial, pues controlan en gran medida la dinámica y las características espaciales de las estructuras estudiadas.

Para determinar cuál es el espesor de la capa de fluido se ha empleado un tornillo micrométrico (precisión 1 μm) colocado perpendicularmente a la superficie. Al ser el tornillo desplazable la colocación del cero es arbitraria, por lo que para cada determinación del espesor se ha procedido a realizar una medida diferencial entre la posición de la superficie y la del fondo. Otra dificultad añadida es que al trabajar con un canal abierto al aire se está produciendo continuamente la evaporación de fluido, a un ritmo de aproximadamente 0.1 mm por cada 2 días de trabajo. Se hace necesario controlar el espesor, y a la vez impide la caracterización del comportamiento a largo plazo.

Por último, para controlar la inclinación de la celda se han utilizado dos métodos. El primero de ellos ha consistido en la utilización de un nivel de precisión de 0.5 mm por metro, lo que se traduce en ± 0.5 miliradianes (~ 1'). Como veremos en la sección 5.4.1, esta precisión no resulta excesiva, sino más bien al contrario. Por ello, en la segunda parte de la experiencia, hemos utilizado la dependencia de la velocidad de deriva de las estructuras con la inclinación de la celda para ajustar ésta con más precisión.

Capítulo 2

Análisis de datos

Durante el proceso de adquisición de datos sobre los valores de las variables que se consideran relevantes en un experimento, es inevitable que dichos valores se vean perturbados bien por el sistema de medida, bien por el propio proceso experimental, o bien por otros fenómenos físicos que se producen simultáneamente. A lo largo de este trabajo, llamaremos ruido a toda la información extra que aparece superpuesta, en general de forma aditiva o multiplicativa, a la señal de interés.

Por ello, para utilizar los datos medidos en el experimento, es preciso en primer lugar identificar todos los procesos que intervienen en dicha adquisición, y conocer cómo se incorporan a la señal. Como ya se ha comentado, en este experimento se busca identificar las estructuras convectivas por medios ópticos, y se intenta caracterizar el comportamiento de los campos de velocidad y temperatura.

Las medidas realizadas del campo de temperatura son las únicas que no han necesitado ningún tipo de procesado para eliminar el ruido. La única fuente de perturbaciones es el propio ruido eléctrico añadido a la señal de los termopares. Este ruido en el peor de los casos es de 0.05 K, en el sistema que hemos estado utilizando. Teniendo en cuenta el rango de temperaturas con el que se ha trabajado, su efecto no ha sido grande. Por otra parte, la posibilidad de realizar series de medidas con una frecuencia de muestreo muy superior a la de la señal ofrecía la posibilidad de reducir este margen de error mediante promediados de los datos.

Por ello, se ha reservado la realización de filtrados y procesados de la señal antes de utilizarla para extraer conclusiones acerca del funcionamiento del sistema, a las señales temporales obtenidas mediante medios ópticos, es decir, a las medidas destinadas a caracterizar las estructuras y los campos de velocidades. Las técnicas de procesado de la información han sido muy diversas, englobando a sistemas de procesado de imágen, filtrado de Fourier en dos dimensiones, demodulación de señal compleja, reconstrucción de velocidades, etc.

En este capítulo se da una visión general de las causas y los sistemas utilizados. En primer lugar se trata la recuperación de la señal óptica para recabar información de las estructuras, y luego se habla sobre la forma de reconstrucción de la velocidad en el seno del fluido.

2.1 Estructuras

Como se comentó en el capítulo 1, el sistema desarrollado para observar las estructuras convectivas consiste en una ombroscopía con reflexión en el fondo de la celda. Como consecuencia de ello, hay una serie de factores a tener en cuenta que dificultan la observación y enmascaran los datos de interés. Antes de analizar los sistemas de filtrado utilizados, vamos a señalar aquí los más importantes.

En primer lugar, conviene resaltar que la iluminación del sistema no es homogénea, lo cual lleva asociado la dificultad a la hora de hacer comparaciones en cuanto a la amplitud relativa en diferentes posiciones espaciales de las ondas que definen la estructura. En la mayoría de las ocasiones, la fuente de luz ha sido un sistema láser de Helio-Neón de 5 mW de potencia, expandido por un objetivo de microscopio y filtrado mediante un filtro espacial, eliminando así las inhomogeneidades que pudieran haberse producido en el haz de luz por polvo presente en las lentes del objetivo. Es por lo tanto una fuente de luz divergente con una distribución gaussiana (modo TEM_{00} del láser). En el resto de ocasiones, se ha utilizado una fuente puntual de luz blanca, expandida mediante un objetivo de microscopio de pocos aumentos. En ambos casos, se obtiene un haz de luz divergente con una distribución que aquí tomaremos como gaussiana, aunque no lo sea en el caso de la luz blanca. Como detalle accesorio, la divergencia del haz tendrá como efecto una magnificación del interior de la celda de aproximadamente un factor dos cuando se proyecte en la pantalla.

Otra circunstancia que induce diferencias de luminosidad en la imagen es la pantalla. Primero, al no ser perfecta, y tener una transmitancia no uniforme, introduce en la imagen un granulado del mismo orden que el que tenga el material que la constituye (en nuestro caso, poliéster especial para dibujo técnico). Segundo, ninguna pantalla difunde la luz uniformemente en todas las direcciones, sino que tiene como dirección preferencial de difusión la del haz de llegada, y conforme se separa de él, va decayendo. Por ello si se observa un mismo punto de una imagen exactamente desde la perpendicular, y a continuación uno se desplaza a otra posición que no esté situada sobre la vertical del punto observado, la imagen decrece en brillo. Al tenerse que cubrir un amplio ángulo sólido de visión (recordemos que la imagen normalmente tiene más de 50 cm de anchura) en las zonas más alejadas del centro de la pantalla se notará una apreciable disminución de luminosidad.

En principio, parece que también habría que tener en cuenta el efecto del menisco. Al introducir el fluido en la celda, y crearse una interfaz entre tres medios (aire, fluido y pared sólida) se crea un menisco que produce sobre la imagen un efecto análogo al de una lente divergente, obteniéndose una magnificación lateral. Además, la curvatura de dicha lente no es constante, con lo que su magnificación tampoco lo es, apareciendo una distorsión cada vez mayor conforme los rayos incidentes están más cerca de la pared lateral del canal que del calefactor. Aunque este efecto tiene su importancia si se quiere observar cualquier posible dinámica transversal al calefactor, no es nuestro caso, por lo que no lo hemos tenido en cuenta.

Una vez tenemos los datos experimentales registrados en el ordenador y antes de realizar cualquier interpretación, es preciso procesarlos, para que pueda ser extraído de la señal todo el ruido causado por los sistemas ópticos (perfil de iluminación, el grano de la pantalla, etc.) Por ello, el procesado de imágenes y la medida de datos se hacen utilizando diversos programas informáticos diseñados específicamente para el experimento. Un tratamiento de este tipo permite que el análisis de los datos sea más preciso y completo, y favorece el desarrollo de una labor sistemática de medida que cubra todos los aspectos de interés en la celda.

Asimismo, una vez que los diagramas espacio-temporales han sido filtrados, es preciso procesarlos para obtener información sobre las estructuras que aparecen, como frecuencias espaciales y temporales (modos presentes), amplitudes relativas de cada uno de esos modos, etc.

El primero de esos procesados se realiza para extraer de la señal toda aquella información que no es consecuencia del experimento en sí. Es el filtrado espacial. El segundo de ellos se hace a través de rutinas FFT (Fast Fourier Transform: Transformada rápida de Fourier) en 2D sobre los diagramas espacio-temporales, con lo que se obtiene directamente información de la existencia de frecuencias espaciales (equivalentes a los números de onda) y temporales.

2.1.1 Filtrado espacial en tiempo real

En un sistema óptico tal como el utilizado en este trabajo de investigación, la información de los sistemas ópticos intermedios se transfiere al frente de onda de forma multiplicativa. En este experimento, toda la información que no procede de la celda convectiva es, como mínimo, muy lentamente variable en el tiempo, y casi siempre, estacionaria, mientras que las estructuras convectivas tienen una dinámica propia. El sistema de filtrado automático en tiempo real está basado en este hecho.

En una primera fase del registro de diagramas espacio-temporales, se ob-

tiene una serie de muestras a intervalos regulares de tiempo de la línea de pixels de interés (ver sección 1.3.1). A continuación se realiza un promedio temporal de estas muestras. Al ser el sistema convectivo dependiente del tiempo, y ser todas las zonas análogas entre sí, este promediado temporal tendrá como efecto que el término de la señal que depende del fluido se transforme en una constante, fácilmente eliminable mediante un reescalado y con lo que se obtiene una señal que sólo contiene información relativa a los sistemas ópticos (ver apéndice B y apéndice C, diagrama 1, y referencias [41, 42, 43, 44, 45]). A esta señal es a la que llamaremos *fondo*.

En una segunda fase se realiza simultáneamente la adquisición y el filtrado, que se limitará a dividir cada dato de la línea de pixels de interés por el valor del fondo correspondiente a esa posición. Este sistema permite realizar un filtrado en tiempo real de la imagen, pudiendo llegar a descubrir estructuras no visibles de otra forma. Una explicación más detallada del cómo y el por qué del filtrado aparece en el apéndice B.

En la figura 2.1 se puede ver un ejemplo del efecto del filtrado. En él se ve la dinámica característica de la estructura convectiva en un diagrama espacio-temporal antes y después del filtrado.



Figura 2.1: Ejemplo de filtrado. La imagen de la izquierda corresponde a un diagrama espacio-temporal sin filtrar. La imagen de la derecha es la misma imagen filtrada

Hay varios problemas que se plantean a la hora de utilizar este tipo de filtrado, todos ellos, en principio, subsanables. El primero de ellos es que hay que trabajar con un rango dinámico amplio. Es decir, que la diferencia de brillo entre los puntos más y menos luminosos debe ser lo mayor posible. Viene impuesto por el hecho de trabajar con tarjetas digitalizadoras de 8 bits, lo cual implica que la precisión será como máximo de un 0.5%. Por ello, para no acumular errores grandes desde el principio hay que aprovechar al máximo el rango dinámico de digitalización.

Por otro lado, estamos trabajando con intensidades luminosas, no directamente con los campos eléctricos como se trabaja en un sistema de Schlieren o en uno de filtrado de Fourier. Como consecuencia, es preciso que el nivel de fondo de la intensidad sea lo más bajo posible. De no hacerse así, aparecen nuevos términos en el filtrado (ver apéndice B).

El único problema realmente inevitable que plantea un sistema como el propuesto aparece cuando se aplica a las estructuras convectivas que no dependen del tiempo. Recordemos que todo el sistema se basa en suponer que la estructura convectiva depende de t. De no cumplirse dicha suposición, el proceso de obtención del fondo no separa la información procedente de la convección de la procedente de los sistemas ópticos. Por ello, si la estructura es perfectamente estacionaria, hay que recurrir a otro tipo de filtrados, pero con el inconveniente de que todos se realizan *a posteriori*.

2.1.2 Procesado posterior

Todo el procesado que se realiza una vez obtenida la señal, y antes de interpretarla, se basa en el hecho de la existencia de periodicidad en las estructuras espacio-temporales. Conocemos que la estructura convectiva tiene una periodicidad espacila definida, mientras que el resto de sistemas no. Por ejemplo, sabemos que cualquier variación de intensidad luminosa con un número de onda de aproximadamente cero ($\lambda \sim \infty$) se refiere a variaciones de iluminación debidas al sistema óptico. Asimismo, la intensidad de fondo no aporta ninguna información. Por lo tanto, sabiendo cuál es el tipo de estructura que aparece, y teniendo en cuenta ciertas limitaciones, es posible utilizar algún tipo de filtrado de frecuencias, y reconstruir la señal.

Transformada de Fourier en 2D

Normalmente, la utilización de las transformadas de Fourier en dos dimensiones se reserva para imágenes de dos dimensiones espaciales reales. En ese caso, la imagen bidimensional que nos devuelve es una representación del plano de frecuencias espaciales. La información que nos proporciona nos da cuenta de la aparición de tramas de claroscuros ya sea con una orientación vertical, horizontal u oblícua.

En este experimento se han utilizado las transformadas de Fourier bidimensionales mediante rutinas de FFT (Transformada rápida de Fourier en señales discretas finitas) sobre otro tipo de imágenes: los diagramas espaciotemporales. Tras los necesarios cambios de escala (que es función de la escala espacial y del intervalo de tiempo que transcurre entre líneas inmediatas), tendremos directamente accesible la información sobre las frecuencias temporales y los números de onda presentes. En particular, tendremos disponible toda la información acerca de las amplitudes complejas que forman la estructura. En el apéndice A se resumen las propiedades de la transformada de Fourier, así como diversas propiedades de la transformada de series discretas finitas y precauciones a tener en cuenta. Para una información más detallada ver las referencias [45, 46, 47, 48].

Es decir, si tenemos una señal que es dependiente del espacio y del tiempo S(x,t), mediante la aplicación de FFT en 2D se obtiene su descomposición espectral:

$$S(x,t) = \sum_{\substack{0 \le n \le \frac{N_x}{2} \\ 0 \le m \le \frac{N_t}{2}}} \left[A(n,m) e^{i(\frac{2\pi n}{\mathcal{X}}x + \frac{2\pi m}{T}t)} + A(-n,m) e^{i(-\frac{2\pi n}{\mathcal{X}}x + \frac{2\pi m}{T}t)} \right] + c.c. \quad (2.1)$$
$$= \sum_{\substack{0 \le n \le \frac{N_t}{2} \\ 0 \le m \le \frac{N_t}{2}}} \left[A(k,\omega) e^{i(kx+wt)} + A(-k,\omega) e^{i(-kx+wt)} \right] + c.c. \quad (2.2)$$

donde N_x y N_t son respectivamente el número de muestras en el eje X y en el tiempo, \mathcal{X} y \mathcal{T} son los intervalos de espacio y tiempo cubiertos por la señal, $k = \frac{2\pi n}{\mathcal{X}}, \, \omega = \frac{2\pi m}{\mathcal{T}}, \, k_{max} = \frac{\pi N_x}{\mathcal{X}} \, y \, \omega_{max} = \frac{\pi N_t}{\mathcal{T}}.$

En este caso, toda la información acerca de la luz de fondo contribuirá al valor de la amplitud del término k = 0 y $\omega = 0$, A(0,0). Toda la información de variaciones de iluminación y perturbaciones de la medida (con k = 0) influirán en el valor de $A(0,\omega)$, y todo aquello que sea estacionario en el tiempo, contribuirá a A(k,0). En caso de que la estructura convectiva sea dependiente de t y de x, se podrá filtrar rápidamente la señal no deseada haciendo que todos los términos que acabamos de enumerar sean cero. Un ejemplo aparece en la figura 2.2.

De forma similar, se puede proceder a filtrar estrucutras estacionarias en el tiempo, teniendo cuidado de no eliminar aquello que sí proporciona información.

Además de servir como herramienta de recuperación de señales, también sirve como medio de identificación de las estructuras. Según sean los modos que aparecen en el plano de frecuencias, se podrá caracterizar qué tipo de estructura está presente en un determinado punto del espacio de parámetros.

Por último, hay que resaltar que según cuáles sean los modos que aparecen en el sistema, se puede ver cuál es el tipo de acoplamiento que existe entre ellos. Si lo que tenemos en el diagrama son dos modos con números de onda y frecuencias respectivas (k_1, ω_1) y (k_2, ω_2) acoplados linealmente, lo que nos podremos encontrar es, a lo sumo, modos del tipo ($\frac{k_1 \pm k_2}{2}, \frac{\omega_1 \mp \omega_2}{2}$). En cambio, si el acoplamiento es no lineal, por ejemplo multiplicativo, las combinaciones de modos esperables serán del tipo ($k_1 \pm k_2, \omega_1 \mp \omega_2$) (Ver la figura 2.3). En la figura 2.4 aparece representado el espectro de potencias de la transformada de Fourier de un diagrama espacio-temporal del experimento. Las unidades de amplitud son arbitrarias, por lo que las curvas de nivel no proporcionan



Figura 2.2: Ejemplos de filtrado de Fourier: a) Estructura estacionaria. b) Estructura dependiente del tiempo.

más información que la de la importancia relativa de los picos. Se aprecia claramente la fuerte relación que aparece entre los números de onda y las frecuencias del diagrama original.



Figura 2.3: FFT simuladas de diagramas espacio-temporales en los que hay (a) un acoplamiento lineal entre modos y (b) un acoplamiento no lineal.



Figura 2.4: FFT real de un diagrama espacio-temporal dependiente del tiempo

Demodulación compleja

Supongamos que estamos justo en el umbral de una inestabilidad. En ese caso, la estructura que se forme en el sistema, sea del tipo que sea, estará formada por la influencia de unos pocos modos, cada uno de ellos con una amplitud determinada, e interrelacionados entre sí. Si nos alejamos del umbral, empezarán a intervenir cada vez más modos.

En este experimento hemos encontrado que aparecen tres modos fundamentales y todos los sucesivos armónicos. No obstante, la dinámica principal del sistema aparece comandada por el comportamiento de estos tres modos. Por ello, es de interés intentar reconstruir para cada instante de tiempo los valores que toman cada una de las amplitudes complejas de los modos fundamentales. De esta forma, se pueden estudiar los defectos que existen, el acoplamiento entre modos, reconstruir el flujo del sistema en el espacio de las amplitudes, etc. A la técnica de reconstrucción de dichos comportamientos se le llama normalemente demodulación compleja [49, 50].

Sea la señal:

$$S(x,t) = A_1(x,t)e^{i(k_1x+\omega_1t)} + A_2(x,t)e^{i(k_2x+\omega_2t)} + c.c.$$

= Modo₁ + Modo₂ + c.c. (2.3)

Normalmente, cuando obtenemos la señal no se puede trabajar con ella. No obstante, si calculamos la transformada de Fourier en dos dimensiones, cada uno de los sumandos se transforma en:

$$T.F.[Modo_1] = \mathcal{A}_1(k,\omega) \otimes \delta(k_1,\omega_1)$$
$$T.F.[Modo_2] = \mathcal{A}_2(k,\omega) \otimes \delta(k_2,\omega_2)$$
$$T.F.[S(x,t)] = T.F.[Modo_1] + T.F.[Modo_2] + c.c.$$

donde $\mathcal{A}_i(k,\omega)$ denota la transformada de Fourier de $A_i(x,t)$ y \otimes el producto de convolución.

Ahora todo está en conseguir separar cada uno de estos términos, es decir, realizar una demodulación de cada uno de los sumandos. Para ver cuál ha sido el sistema empleado, utilizaremos una señal en una dimensión, compuesta de dos modos. En la figura 2.5.(a) se ve el espectro de potencias de la transformada de Fourier. Al ser una señal real, el espectro es simétrico respecto del origen, por lo que no se muestran aquí los valores cuando k < 0. La técnica empleada es básicamente la siguiente. Si se traslada toda la señal del espacio de Fourier de forma que se desplaze hasta el origen el pico del modo del que se quiere hacer la demodulación (modo 1), lo que se obtendrá será:

$$S(k) = \mathcal{A}_1(k) \otimes \delta(0) + \mathcal{A}_2(k) \otimes \delta(k_2 - k_1) =$$

= $\mathcal{A}_1(k) + \mathcal{A}_2(k) \otimes \delta(k_2 - k_1)$ (2.4)

Si, y sólo si, los flancos de $\mathcal{A}_1(k)$ y $\mathcal{A}_2(k)$ no se superponen (not-aliasing) dentro de los límites inherentes al ruido del sistema, o si se superponen, es en un porcentaje despreciable, entonces se podrán separar ambas dinámicas. Para ello, se aplica un filtro pasa-bajo, por ejemplo con una frecuencia de corte de un valor $\frac{k_2-k_1}{2}$ (figura 2.5.(c)). De esta manera, se obtiene la señal \mathcal{A}_1 , que, aplicando la T.F.⁻¹, nos permite recuperar ya aislado el comportamiento de la amplitud del modo 1 en el espacio y el tiempo, $\mathcal{A}_1(x,t)$, que, recordemos, es una variable compleja.

De esta forma es posible obtener la dinámica de cada modo por separado, permitiendo el estudio de los defectos, y de los flujos en el espacio de las amplitudes.



Figura 2.5: Ejemplo en 1D de demodulación. a) T.F. Original. b) T.F. trasladada al origen. c) Filtrado. d) Superposición de ambas señales finales de las cuales se pueden reconstruir las amplitudes

2.2 Velocidades

Si se aplica el sistema de registro de dinámica mediante software, utilizado en el caso de las estructuras, a la recogida de datos en el caso de las partículas de aluminio, en los diagramas espacio-temporales correspondientes se obtienen "trazas" brillantes, cuyas pendientes en cada punto nos indican la velocidad de la partícula. De forma más precisa, si se ilumina con un haz láser, lo que se obtiene es la proyección de la velocidad de la partícula en el plano de iluminación.

La ventaja principal que tiene este sistema frente a la clásica velocimetría láser Doppler es que en un sistema Doppler la medida de velocidad se hace sólamente en un punto, por lo que es bueno para observar flujos que no evolucionan en el tiempo, si lo que se quiere es caracterizar el flujo de todo el fluido. Si se quieren hacer medidas de velocidad en dos o más puntos simultáneamente, es preciso disponer de otros tantos sistemas de velocimetría.

En cambio, en este caso se puede registrar el comportamiento dinámico de una amplia zona del sistema en vídeo, de forma que luego se puedan analizar repetidamente diferentes zonas de convección para los mismos instantes de tiempo.

Los mayores problemas que tiene este sistema son dos. El primero de

ellos se refiere al error del sistema. Es, con mucho, superior al de un sistema Doppler, y además, altamente sensible a las características del flujo. La determinación de las velocidades en cada punto está basada en medidas promediadas, con lo que es preciso una amplia colección de medidas para reducir el error. Si el flujo cambia rápidamente con el tiempo, se reduce el número de partículas que se pueden contabilizar en un mismo punto con la misma velocidad de muestreo. Si el período característico de variación de las estructuras es aquí de 20 segundos, y, de media, por un punto pasan dos partículas por segundo, se ve claramente que no se pueden hacer muchas medidas, produciéndose un error apreciable. Aún así, con este sistema se pueden obtener medidas de la velocidad con un error inferior al 5% en este experimento.

El segundo problema es el tiempo de procesado. El sistema es relativamente hablando, manual, con lo que las medidas se ven en consecuencia muy ralentizadas, por lo que las posibilidades físicas de medición no son muchas.

Sección II

Interpretación de las medidas

Capítulo 3

Comienzo de la convección

Cuando se establece una diferencia de temperatura entre el calefactor y el aire, la distribución de temperaturas en el seno del fluido a lo largo de los ejes Xy Z es inhomogénea, aun suponiendo la no existencia de convección. Como consecuencia de la forma del calefactor colocado en el fondo, en la parte central del canal (x = 0) el líquido estará más caliente que en los laterales y por otro lado, cuanto más cerca de la superficie, menor será la temperatura del líquido. Aparecen combinados dos efectos que favorecen la convección, como son el empuje de Arquímedes (efecto Rayleigh) y las fuerzas interfaciales dirigidas hacia las paredes, creadas por la dependencia de la tensión interfacial con la temperatura (efecto Marangoni). Por ello, el estado conductivo se vuelve inestable, con lo que el fluido comienza a moverse.

La convección se inicia con un flujo que, tras ascender sobre el calefactor, llega a la superficie y se dirige hacia las paredes laterales. Como se trata de un sistema cerrado, este ciclo se completa con un flujo descendente en las paredes y convergente hacia el calefactor en el fondo. En definitiva, inicialmente aparece un flujo en forma de dos rollos contrarrotativos paralelos al eje Y.

La creación de esta estructura convectiva primaria es fácilmente observable en el experimento. En efecto, cuando el líquido está más caliente en el centro (menos denso) que en los laterales (donde está más frío y por consiguiente más denso), el sistema se comporta ópticamente como una lente divergente (lente térmica). Conforme se va acentuando la diferencia de temperaturas entre el centro y las paredes, esta lente aumenta su potencia, produciendo una imagen del calefactor (recordemos que no refleja la luz) cada vez más ancha. Además, la convección produce por sí misma una curvatura de la superficie, contribuyendo a su vez al efecto de lente. Este efecto fué ampliamente estudiado por Kayser y Berg [26] para el caso de un calentamiento eléctrico mediante un filamento resistivo.

Dentro de la precisión del sistema experimental no podemos apreciar la existencia de una diferencia de temperatura umbral que dé lugar al desarrollo

de la convección primaria. Tan pronto como se establece una diferencia de temperatura entre el fondo y la superficie del fluido, se advierten movimientos convectivos. Esto, junto con el hecho de que los rollos primarios llenen completamente la celda (número de onda cero \rightarrow longitud de onda infinita), sugiere una conexión de este proceso con los fenómenos originado por plumas térmicas y con la convección debida a calentamiento lateral (ver ref. [24, 25, 23]).

La estabilidad de esta estructura ante perturbaciones de cualquier tipo, ya sean inhomogeneidades de temperatura, desniveles en la celda, vibraciones o de otro tipo es muy alta. No se ha logrado destruir esta convección primaria de ninguna de esas formas.

Esta convección primaria, similar a la de un calentamiento lateral, será el estado base sobre el cual se van a producir las sucesivas inestabilidades cuyo análisis constituye el objetivo principal de este trabajo.

3.1 Efecto Marangoni vs. efecto Rayleigh

Antes de abordar la caracterización de las estructuras convectivas, intentaremos dar una idea de la importancia relativa de las fuerzas que están actuando sobre el líquido.

Como ya sabemos, como consecuencia de tener un fluido calentado por debajo y con la superficie libre, tenemos combinados los efectos Marangoni y Rayleigh. Un experimento que ya ha sido abordado desde el punto de vista teórico y que combina de forma similar ambos mecanismos es el experimento de Bénard. A pesar de que ya en trabajos de 1958 [14] se apunta a la influencia de la tensión supeficial como mecanismo creador de inestabilidades, no fué hasta el trabajo de Nield en 1964 [15] que se comenzaron a tratar conjuntamente ambos fenómenos.

Una de las conclusiones de dicha teoría es que, para que se produzca la convección en una configuración de Bénard, los números de Rayleigh $Ra = \frac{\alpha g\beta d^4}{\nu\kappa}$ y Marangoni $Ma = \frac{\frac{\partial\sigma}{\partial T}\beta d^2}{\rho\nu\kappa}$, deben superar unos valores críticos Ra_c y Ma_c que en buena aproximación deben cumplir la relación:

$$\frac{Ra_c}{Ra_0} + \frac{Ma_c}{Ma_0} = 1$$

donde $Ra_0 = 695$ corresponde al valor crítico del número de Rayleigh cuando no hay tensión superficial y $Ma_0 \simeq 90$ al número de Marangoni crítico en ausencia de gravedad (casos límite).

Según la definición de los números Ra y Ma, para un determinado líquido el valor para el cual se produce el comienzo de la convección depende del espesor de la capa de fluido, puesto que

$$Ma = \frac{F}{d^2}Ra$$

donde en F se han agrupado una serie de constantes que sólo dependen del tipo de fluido. Con estas consideraciones, se puede estimar en un determinado experimento de Bénard-Marangoni la importancia relativa de las fuerzas de Arquímedes y de tensión superficial comparando los valores que toman los parámetros $(\frac{Ra_c}{Ra_0}, \frac{Ma_c}{Ma_0})$. Los casos límite corresponden a: $(0,1) \rightarrow$ gravedad cero \rightarrow Efecto Marangoni puro y $(1,0) \rightarrow$ tensión superficial cero \rightarrow Efecto Rayleigh puro.

En la tabla 3.1 aparecen recogidos los valores de Ra, Ma y de $\frac{Ra_c}{Ra_0}$ y $\frac{Ma_c}{Ma_0}$ para el caso del fluido utilizado en este experimento para varios espesores diferentes. Los números de Rayleigh y Marangoni han sido calculados para un valor de $\Delta T_{c-a} = 20 K$.

Espesor	Ra	Ma	Ra_c/Ra_0	Ma_c/Ma_0
2.5	9628	13160	9~%	91~%
3.0	16637	15792	$13 \ \%$	87~%
3.5	26420	18424	16 %	84 %
4.0	56150	21056	20 %	80 %

Tabla 3.1: Valores de Ra y Ma para $\Delta T_{c-a} = 20 K$ y de $\frac{Ra_c}{Ra_0}$ y $\frac{Ma_c}{Ma_0}$. (Las propiedades físicas del fluido aparecen recogidas en la tabla 1.I).

Aunque estos datos no son directamente extrapolables al experimento aquí analizado, sí que nos permite afirmar que los efectos de la tensión superficial son bastante importantes. (El equilibrio entre ambos efectos se lograría para una capa de fluido de 8 mm). Por último, hay que resaltar que los valores que toman los números de Rayleigh y Marangoni sobre el calefactor (x = 0) son exactamente los mostrados en la tabla 3.I, muy alejados de los valores umbrales de la convección de Bénard.

3.2 Campo de velocidad de la convección primaria

En este experimento la determinación del campo de velocidades presenta la dificultad de ser dependiente del tiempo. Esto implica que para obtener cualquier medida cualitativa o cuantitativa es preciso realizar medidas prácticamente instantáneas. Este hecho ya impide la utilización de un sistema de anemometría laser Doppler, aunque no es el único motivo.

En lo que respecta a la convección primaria, se han realizado medidas cuantitativas del campo de velocidades, y se ha comparado con una simulación numérica con calentamiento inhomogéneo en el fondo. Dicha simulación de ha realizado con el fin de obtener la relación existente entre el comportamiento de los rollos primarios y los parámetros del experimento, así como para obtener la distribución de temperaturas en el seno del fluido, no obtenible de otra forma.

3.2.1 Medidas experimentales

En la figura 3.1 se puede observar un diagrama de la celda en el que se han superpuesto las líneas de corriente de la convección primaria. En la ref. [51] se puede observar un diagrama similar obtenido numéricamente en el caso de calentamiento lateral.

La convección toma la forma de dos rollos contrarrotativos, ascendiendo el fluido por encima del calefactor y descendiendo por las paredes. La localización del punto de estancamiento, donde todas las componentes de la velocidad se hacen cero, se halla bastante cercana al centro del canal y a la superficie. La forma cualitativa de los rollos es independiente de los valores de los parámetros, mientras que la velocidad del rollo primario sí que varía.



Figura 3.1: Sección del fluido según el plano XZ. Las curvas corresponden a líneas de corriente.

La medida del campo de velocidades cuando sólo hay convección primaria es relativamente difícil como consecuencia de los parámetros manejados (ΔT pequeñas \rightarrow velocidades pequeñas). Por ello, y para obtener una medida comparativa entre puntos de la celda y sus órdenes de magnitud se ha trabajado en una sección de la celda corta según el plano XZ con una capa de líquido de 4.5 mm de espesor y $\Delta T = 20$ K. La velocidad en la superficie en esas condiciones varía entre 5 y 5.5 mm·s⁻¹. Al ser un flujo cerrado, la velocidad sobre el calefactor debe ser bastante superior (flujo ascendente $\rightarrow \sim 5$ mm/s para d = 4.5 mm) a la del fluido cercano a la pared (flujo descendente $\rightarrow \sim 1$ mm/s, d = 4.5 mm), con lo que resulta una distribución de velocidades bastante

asimétrica.

Si se incrementa la diferencia de temperatura aplicada entre ambos lados de la capa de fluido, o se reduce su espesor, la velocidad de los rollos aumenta, hasta que el sistema sufre la inestabilidad secundaria, donde estas medidas dejan de tener significado, al aparecer componenete según el eje Y de la velocidad.

3.2.2 Resultados numéricos

Con el idea de obtener el comportamiento en temperaturas de la estructura primaria, se ha realizado una simulación numérica mediante diferencias finitas de una sección de la celda según el plano XZ. Hemos partido de las ecuaciones de continuidad, Navier-Stokes y de transporte de energía con la aproximación de Boussinesq:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \tag{3.1}$$

$$\delta_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\nabla p + \nu \Delta \vec{v} - \rho(z)\vec{g}$$
(3.2)

$$\delta_t T + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})T = \kappa \Delta T \tag{3.3}$$

Suponiendo el sistema experimental uniforme en la dirección Y, el conjunto de ecuaciones se ve reducido a dos dimensiones. Aplicando el hecho de que en el fluido utilizado el número de Prandtl es Pr = 75, hemos supuesto $Pr = \infty$, con lo que el campo de velocidades queda esclavizado al de temperaturas. Como condiciones de contorno de temperatura, hemos supuesto un calefactor inhomogéneo en el fondo (de distribución de temperaturas gaussiano), y en las paredes laterales y en la superficie, hemos aplicado la condición de conducción a través de una interfaz entre materiales:

$$\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{sup} = Bi \cdot T\Big|_{sup}$$

donde Bi es el número de Biot. Los casos límite corresponden a Bi = 0 cuano el fluido está en contacto con un aislante perfecto, y $Bi = \infty$ cuando está en contacto con un conductor perfecto. Por último, en lo que se refiere a las velocidades, en las paredes laterales y el fondo hemos utilizado el hecho de que la velocidad $\vec{v} = 0$, y en la superficie hemos aplicado el efecto marangoni:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\Big|_{z=1} = Ma \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{z=1}$$

En la figura 3.2 aparece una de las estructuras convectivas primarias obtenidas. Se ha realizado suponiendo un Biot superior (en la superficie) de 0.1 y lateral (con la pared, metacrilato) próximo a 1.

Si lo comparamos con los resultados obtenidos experimentalmente, el comportamiento es análogo en lo que se refiere a la forma de las líneas de corriente.



Figura 3.2: Simulación de la convección primaria en una sección según el plano XZ: a) velocidad y b) temperatura. c) Temperatura adimensional según Z encima del calefactor x = 0. La línea recta corresponde a un gradiente constante.

En lo que respecta al valor de las velocidades, no concuerda tanto, lo cual es lógico, teniendo en cuenta las limitaciones del sistema de medida.

Se ha obtenido que la existencia o no de un solo rollo en la convección primaria entre el calefactor y la pared depende de la relación entre los Biots respectivos (si Bi_{super}/Bi_{pared} aumenta, se incrementa el número de rollos) y de la relación de aspectos entre la semianchura del canal convectivo y su profundidad. En lo que respecta al campo de temperaturas, en la figura 3.2.(c) se aprecia que la distribución de temperaturas se aleja cada vez más de la correspondiente al estado conductivo, con la consiguiente formación de la capa límite térmica.

En resumen, mediante técnicas experimentales y de simulación se ha obtenido que la velocidad media del rollo primario se ve incrementada si se aumenta la diferencia de temperatura entre el calefactor y el aire. Por la simulación, además, se ha comprobado que variando el número de Biot entre el fluido y la pared lateral del canal se altera la velocidad del rollo primario, que puede incluso partirse y aparecer más rollos. Dicho de otra forma, la velocidad del rollo primario es proporcional al flujo de calor en la dirección del eje Z y del eje X.

Esto último ha sido constatado experimentalmente con posterioridad. En la celda larga se tiene bajo control experimental la temperatura de la pared lateral, y en consecuencia, el flujo de calor entre el fluido y esa pared. Incrementando la diferencia de temperatura entre el calefactor y el refrigerador lateral, se consigue aumentar la velocidad del rollo primario.

Capítulo 4

Inestabilidades convectivas secundarias

Durante los últimos años se han encontrado características comunes acerca de la formación de estructuras experimentales en una amplia variedad de sistemas, ya sea en una o en dos dimensiones.

Más concretamente en algunos sistemas como los experimentos de formación de dedos viscosos, crecimiento de cristales, experimentos de Taylor-Couette o Rayleigh-Bénard se han observado varios tipos de inestabilidades que dan lugar a fenómenos dinámicos en una sola dimensión. Como característica común, el estado base producido por una inestabilidad primaria presenta una estructura estacionaria repetitiva con un período (λ) definido. Mediante una inestabilidad secundaria el sistema se desestabiliza, apareciendo un comportamiento dinámico en el sistema.

En el experimento que sirve de base para este trabajo, la convección primaria no puede seguir siendo estable para todos los valores de los parámetros. Es de esperar que sufra una inestabilidad secundaria que produzca una ruptura de la simetría según el eje del calefactor, mediante la creación de una estructura periódica.

La existencia de esta convección primaria que preserva las simetrías a lo largo del eje Y sugiere una similitud con el experimento de Taylor-Couette [35, 52]. Éste consiste en un sistema de dos cilindros coaxiales de distinto diámetro que giran a velocidad diferente. El espacio de separación esta ocupado por un fluido que sufre el efecto de la fuerza centrífuga. Para bajas velocidades, el flujo es de Couette, y constituye el estado base del sistema. Para valores más altos de la velocidad, aparece toda una cadena de estados hasta llegar a la turbulencia.

En este capítulo se analizan las inestabilidades que aparecen superpuestas a esta convección primaria y que hemos agrupado bajo el nombre de secundarias, mediante el estudio de las estructuras convectivas que se crean en el experimento y de sus características espaciales (longitud de onda λ) y temporales (frecuencia angular ω).

4.1 Clasificación de Coullet y Iooss

Como consecuencia del gran número de experimentos que describían inestabilidades unidimensionales, P. Coullet y G. Iooss realizaron en 1990 [53] una clasificación de aquéllas en función de la simetría del problema y de las nuevas estructuras creadas. Partiendo de un estado base periódico (con un número de onda espacial k), suponen que el sistema es describible mediante su dinámica a lo largo de una dimensión. Basándose en argumentos de simetría, proceden a estudiar las posibles nuevas soluciones del sistema ante la aparición de una inestabilidad. La conclusión a la que llegan es que los únicos modos genéricos que se pueden crear son aquellos en los que el número de onda de la inestabilidad corresponde al mismo que el sistema de base k, a la mitad $\frac{k}{2}$, o a un k' cuya razón con el original es irracional. (En la referencia [53] aparecen recogidas las ecuaciones de evolución de la perturbación producida por la inestabilidad, así como gráficas y detalles más precisos de las soluciones esperadas.)

Con estas consideraciones, se pueden clasificar los estados producidos por una inestabilidad secundaria como sigue:

- (a) Inestabilidad estacionaria.
 - (1) Número de onda k.
 - * *Caso simétrico*. El estado original desaparece para valores negativos del parámetro de control. (La inestabilidad secundaria se crea para valor cero del parámetro de control.) Observado experimentalmente en interfaces.
 - * *Caso antisimétrico*. Como consecuencia de la rotura de simetría aparece una velocidad de deriva del estado base. (Aparece un término proporcional a la amplitud de la inestabilidad secundaria en la ecuación de la fase.) Observado en mezclas binarias.
 - (2) Número de onda $\frac{k}{2}$.
 - * *Caso simétrico*. Se produce en la dimensión espacial un estado similar a los de bifurcación de duplicación de período en el caso de señales temporales. Observado en solidificación dirigida.
 - * *Caso antisimétrico*. Físicamente diferente del anterior, aunque la ecuación de amplitud es idéntica. Observado en solidificación dirigida
 - (3) Número de onda irracional. Es el único que no ha sido observado experimentalmente, pero en principio posible utilizando argumentos de simetría.

- (b) Inestabilidad oscilatoria.
 - (1) Número de onda k.
 - * *Caso simétrico*. Se crea una oscilación de amplitud en el estado original similar a un "latido." Observado en Taylor Couette.
 - * *Caso antisimétrico*. Aparecen "vacilaciones" del estado base, oscilando en fase la posición de los máximos en torno a posiciones de equilibrio. Observado en Taylor Couette.
 - (2) Número de onda $\frac{k}{2}$. Produce oscilaciones del campo base de forma que puntos equivalentes oscilan en contrafase.
 - * *Caso simétrico*. Caso WIB de flujo Taylor-Couette (oscila la posición por donde el fluido viaja hacia el interior del cilindro).
 - * *Caso antisimétrico*. Caso WOB de flujo Taylor-Couette (oscila la posición por donde el fluido viaja hacia el exterior del cilindro).
 - (3) Número de onda irracional. Estados cuasiperiódicos en tiempo y espacio, ya sean puros o mezclados, con una cierta velocidad de propagación. Observado en flujos en geometría circular con cizalladura.

En resumen, partiendo de un estado base periódico en una dimensión, se desarrolla una nueva inestabilidad que produce nuevos modos con una dependencia temporal, los cuales tendrán unas características determinadas si la dinámica originada es unidimensional.

En este experimento el estado base es la convección primaria, por lo que el estado base planteado por Coullet y Iooss aquí constituirá un estado secundario, y el que ellos plantean como secundario nosotros lo consideraremos terciario.

4.2 Tipos de estructuras

4.2.1 Estructuras secundarias genéricas

La estructura primaria no permanece invariable para todos los valores de los parámetros. Conforme se incrementan, y cruzando umbrales definidos, se van creando diferentes estructuras convectivas. Algunas de estas estructuras son particulares, en el sentido que sólo se crean en una de las celdas, y su origen puede ser explicado mediante procesos que necesitan de un sistema unidimensional imperfecto. Otras aparecen en ambas celdas con propiedades muy similares, por lo que hemos dado en llamarlas genéricas. A lo largo del experimento han aparecido otras estructuras que, o bien por ser similares a otras ya estudiadas o bien por ser difícilmente repetibles, no han sido tratadas aquí. En su mayor parte son probablemente estado transitorios.

Estructura secundaria estacionaria

Partiendo del estado convectivo primario, la primera inestabilidad que se produce divide la imagen producida por la estructura convectiva en la pantalla (figura 4.1.(a)). Presenta una estructura repititiva regular a lo largo del calefactor –eje Y–, con lo que se la puede caracterizar por una longitud de onda λ . Esta estructura no presenta dependencia temporal de ningún tipo, habiéndose observado durante períodos de tiempo superiores a cuatro mil segundos, escala de tiempo muy superior a los tiempos característicos del sistema. En la figura 4.1.(b) aparece un diagrama espacio-temporal de una estructura de este tipo.

En trabajos anteriores realizados con calefactores resistivos (alambres) con geometrías similare no se había encontrado nunca un estado estacionario, sino sólo viajeros. En la referencia [54] correspondiente a un calefactor de 60 cm de longitud, se logra un estado no propagativo pero forzándolo con un calentamiento oscilatorio. Además este estado oscila en el tiempo, aunque no se propague.

Estructura terciaria pulsante alterna

Si, partiendo de la estructura secundaria estacionaria se siguen incrementando los parámetros de control del experimento, se crea una nueva inestabilidad que tiene como consecuencia que la convección se hace dependiente del tiempo. La estructura pasa a tener ahora un período espacial doble 2λ (número de onda mitad) y aparece una frecuencia temporal muy bien definida.

La evolución del sistema a lo largo de un período temporal T aparece recogida en la figura 4.2.(a). Siguiendo el diagrama en el sentido de las agujas del reloj, corresponden a los casos t = 0, t = T/4, t = T/2, t = 3T/4. En t = T se vuelve al estado t = 0. Es decir, comienza con una estructura regular, de longitud de onda 2λ (figura 4.2.(a), arriba). Transcurrido T/4 la estructura, menos contrastada, pasa a tener una periodicidad espacial de λ (figura 4.2.(a), derecha). Al cabo de T/2 del comienzo, se llega a la situación recogida en 4.2.(a), abajo, en la que se vuelve a una periodicidad de 2λ con alto contraste, pero desplazada λ respecto del estado de partida. En 3T/4, el estado es idéntico al de T/4 y finalmente, en T, se vuelve al estado de partida. En consecuencia, las líneas brillantes de la proyección de la estructura convectiva parecen "latir" o pulsar de forma alterna.

Esta estructura es también muy estable, aunque presenta múltiples defectos. En la figura 4.2.(b) se puede observar un diagrama espacio-temporal de una estructura convectiva como la descrita.



(b) Diagrama espacio-temporal de intensidades

Figura 4.1: Estructura estacionaria: a) Proyección de la estructura espacial estacionaria. b) Diagrama espacio-temporal de intensidades para la línea x—x

4.2.2 Estructuras secundarias particulares

Aparte de las estructuras genéricas, han aparecido una serie de estructuras que, si bien reproducibles, no se han considerado genéricas. Por su comportamiento dinámico, se han llamado estructura secundaria oscilante y estructura secundaria viajera. Ambas se crean a partir de la estructura secundaria estacionaria y presentan una dependencia temporal muy regular.

Estructura terciaria oscilante

En la figura 4.3.(a) aparece un diagrama espacio-temporal de una estructura oscilante. Presenta, al igual que la pulsante alterna, una periodicidad espa-



Figura 4.2: Estructura pulsante alterna: a) Ciclo evolutivo de la estructura pulsante alterna. Las líneas blancas de la parte superior indican la posición de los rollos en el instante inicial. b) Diagrama espacio-temporal.

cial y temporal definida. Al incrementar los parámetros partiendo del estado estacionario, comienzan a oscilar las líneas brillantes de la imagen proyectada de la estructura convectiva en torno a las posiciones de reposo previas, pero sin que se genere un desplazamiento neto. Estas oscilaciones se producen en contrafase para líneas contiguas: si una oscila hacia los valores positivos del eje Y, la otra lo hace hacia los negativos. Por ello, la nueva estructura así creada tiene una longitud de onda doble de la precedente.

Por último, en lo que se refiere a estabilidad, puede ser fácilmente destruida, en beneficio de la pulsante alterna o de la viajera.



Figura 4.3: Diagramas espacio-temporales de una (a) estructura oscilante y una (b) estructura viajera.

Estructura terciaria viajera

La última estructura que vamos a tratar en este trabajo se crea también a partir de la estacionaria. Es la única estructura que se propaga. Presenta una longitud de onda doble, y se desplaza a lo largo del eje Y—bien sea en la dirección positiva o negativa— con una frecuencia de propagación definida. En la figura 4.3.(b) se puede ver un diagrama espacio-temporal de este tipo de convección.

Como consecuencia de este desplazamiento, se pueden definir en la celda regiones en las que la estructura se desplaza en una dirección determinada, separándolas fronteras que actuarán como fuentes o sumideros de ondas. En este experimento, sólo se han creado estas estructuras en la celda corta, y presentando como máximo dos ondas contrapropagantes, apareciendo en el medio de la celda un sumidero de ondas en la mayoría de los casos.
4.2.3 Modos involucrados

Desde un punto de vista teórico, un sistema físico que se encuentre próximo al umbral de aparición de una inestabilidad es susceptible de recibir un análisis aproximado en forma de modos normales. La forma más sencilla es proponer soluciones perturbativas del estado base en forma de series de Fourier, y así obtener condiciones de existencia para cada modo —cada término de la serie con un número de onda y frecuencia definidas—. Por ejemplo, en un sistema de Rayleigh-Bénard, es posible demostrar que exactamente en el umbral de convección sólo puede aparecer un modo, aunque con amplitud cero. Conforme uno se aleja del umbral, los modos involucrados van siendo cada vez más, y deja de tener sentido un tratamiento perturbativo. No obstante, es el hecho de la existencia de esos modos lo que genera las estructuras repetitivas en los sistemas convectivos.

Hasta ahora, para definir las diferentes estructuras convectivas nos hemos basado en la variación empírica de las características dinámicas del sistema. Así, cuando ha variado la frecuencia, longitud de onda o los diagramas espaciotemporales, hemos hablado de una u otra estructura.

Pero esta descripción es incompleta. Sabemos que en la estructura convectiva estacionaria, por ejemplo, existe un patrón espacial repetitivo, pero sabemos también, por la forma del perfil de intensidades, que no es sinusoidal puro. Una pregunta que uno se plantea es si en el umbral de transición hacia estructuras del tipo pulsante alterna se puede advertir la aparición de nuevos números de onda en dicho perfil. Mediante una transformada de Fourier bidimensional aplicada a un diagrama espacio-temporal se puede hacer un desarrollo de la imagen en forma de sinusoidales puras para todos los valores de ky ω . De esta forma, se puede obtener la importancia relativa —la amplitud con la que contribuyen cada uno de los modos.

La transformada de una estructura estacionaria (figura 4.4.(a)) consta de múltiples picos. Esto es debido a que, primero, los campos de velocidad y temperatura presentes no tienen por qué ser sinusoidales puros y, segundo, el proceso de observación no es lineal. Baste recordar que en la ombroscopía la intensidad es proporcional a la segunda derivada del índice de refracción en la dirección transversa al sentido de propagación de la luz. En consecuencia, la existencia de un patrón repetitivo en un diagrama espacio-temporal con una frecuencia y número de onda dado generará en el plano de Fourier una serie de armónicos cuyo modo fundamental tendrá los mismos número de onda y frecuencia que la estructura convectiva.

De esta forma, podremos identificar cada una de las estructuras convectivas en función de cuáles son los modos fundamentales presentes en los diagramas espacio-temporales, sin olvidar que cada uno de ellos conlleva la existencia de los infinitos, en principio, armónicos. En la figura 4.4 aparecen recogidas las transformadas de Fourier de los diagramas espacio-temporales correspondien-



Figura 4.4: Espectro de potencias correspondientes a diagramas espacio-temporales de estructuras (a) estacionaria, (b) pulsante alterna u oscilatoria y (c) viajera. El ensanchamiento del pico central (0,0) en el caso de la estacionaria es debido a problemas del filtrado.

tes a la estructura convectiva (a) estacionaria, (b) pulsante alterna y oscilatoria y (c) viajera. Cada una de estas figuras ha sido reproducida a la misma escala, para poder comparar más fácilmente. Asímismo, se han marcado cada uno de los modos fundamentales.

En las cuatro estructuras presentes aparecen sólamente tres modos fundamentales: uno estacionario de número de onda k, y dos viajeros de números de onda $\pm \frac{k}{2}$ y frecuencia ω . La combinación en la que aparecen es lo que determina cuál de las estructuras se crea. Por lo tanto, cada una de las estructuras se podrá describir mediante una combinación de modos del tipo:

$$S(x,t) = A_s \cdot e^{ikx} + A_d \cdot e^{i(\frac{k}{2}x+\omega t)} + A_i \cdot e^{i(-\frac{k}{2}x+\omega t)} +$$

armónicos superiores + c.c. (4.1)

donde hemos llamado A_s a la amplitud compleja del modo estacionario ($\omega = 0$) y arbitrariamente hemos tomado como modo propagante hacia la derecha (A_d) el modo que viaja hacia las x positivas y modo propagante hacia la izquierda (A_i) el modo que viaja hacia las x negativas. Usaremos esta forma de referirnos a cada uno de los modos viajeros a lo largo de todo el trabajo. Toda la información referente a los modos expuesta en esta sección aparece resumida en la tabla 4.I.

	Núm.				Relación
Estructura	modos	A_s	A_d	A_i	$A_s \leftrightarrow \{A_d, A_i\}$
Estacionaria	1	$\neq 0$	$\neq 0$	0	n.a.
Pulsante alterna	3	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$ A_s \sim \{ A_d , A_i \}$
Oscilatoria	3	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$ A_s > \{ A_d , A_i \}$
Viajera ^{Derecha} Izquierda	1	0	$\neq 0$ 0	$\begin{array}{c} 0 \\ \neq 0 \end{array}$	n.a.

Tabla 4.1: Características de cada estructura convectiva según la descripción basada en descomposición de Fourier.

Una conclusión que se puede obtener es que las estructuras pulsante alterna y la oscilatoria involucran exactamente a los mismos modos. La única diferecia que existe es la amplitud relativa entre el modo estacionario y los viajeros. En el caso de la estructura oscilatoria, la amplitud del modo estacionario es la predominante, y en el caso de la alternante, los tres modos tienen sus amplitudes del mismo orden. Por ello se ha definido como genérica únicamente a la estructura pulsante alterna, considerándose a la oscilatoria como un caso particular. En el espacio real, se puede considerar que la oscilatoria se transforma en pulsante alterna cuando la oscilación en torno al punto de equilibrio pasa a tener una amplitud mayor que la mitad de la separación entre dos puntos de equilibrio. Hay que resaltar que los números de onda estacionario y viajero mantienen una relación de dos, siendo el del estado base —estacionario— el mayor de ambos.

4.3 Espacio de los parámetros

Una vez definidas cuáles son las estructuras presentes en el experimento, hay que diferenciar las zonas en las que aparece cada una de ellas, analizar la transición entre unas y otras y definir cómo son las inestabilidades que las crean. La finalidad es comprender el mecanismo que produce la desestabilización de un tipo de convección en beneficio de otro. Por ello, es de particular interés el estudio del comportamiento de las estructuras conforme se varían los parámetros, del tipo de bifurcaciones o de la existencia de histéresis en estas transiciones.

Pero, para para determinar con precisión la posición de los umbrales existe un impedimento. Como consecuencia del diseño, sobre todo en la celda corta y en menor medida en la larga, el perfil de temperaturas no es completamente homogéneo, lo que implica la existencia cerca del umbral de zonas de temperatura por encima de la crítica, y zonas por debajo de la crítica, apareciendo en consecuencia diagramas espacio-temporales mixtos. Esto, junto con el hecho de que las transiciones no son bruscas, sino graduales, conduce a que no se puedan determinar los umbrales con una precisión mayor a un grado en el caso más favorable. Es por lo que no se ha hecho una búsqueda exhaustiva de su posición, limitándonos a dar una subdivisión del espacio de los parámetros en zonas en las que aparece cada estructura convectiva.

No obstante, en ambos sistemas, y dentro de la precisión alcanzable, se ha buscado explícitamente la existencia de ciclos de histéresis, no habiendo sido observados. Por lo tanto, de existir, será en dominios del espacio de los parámetros inferiores a dos grados de temperatura.

En cada una de las celdas el espacio de los parámetros es diferente. En la celda corta, es bidimensional (los parámetros son la diferencia de temperatura calefactor-aire ΔT y espesor de la capa de fluido d), mientras que en la celda larga es tridimensional (diferencia de temperatura calefactor-aire ΔT_{c-a} , diferencia de temperatura refrigerador-aire ΔT_{r-a} y espesor d). Sin embargo, como se verá, las conclusiones son parecidas.

4.3.1 Celda corta

Es en esta celda donde se encuentra la variedad más amplia en lo que a tipos de estructuras se refiere. Según sean sus parámetros espaciales y dinámicos, se pueden diferenciar hasta 4 tipos. En la figura 3.5 se puede ver la región del espacio de los parámetros cubierta en este trabajo en la que se han demarcado las zonas correspondientes.

Como consecuencia del diseño, existe una zona en la que la inhomogeneidad del calentamiento es "débil." La estructura que se crea es muy similar a la de un Bénard-Marangoni clásico con la particularidad de que los hexágonos tienen dos lados orientados perpendicularmente al calefactor y aparecen "a caballo" sobre éste (figura 4.5), es decir, con el centro del hexágono sobre el



Figura 4.5: Esquema de la estructura convectiva de la zona B-M.

calefactor. Por ser similar a otros casos de Bénard-Marangoni y presentar características bidimensionales no se ha procedido a su estudio. La zona del espacio de los parámetros en la que aparece estas estructuras es la marcada como (B-M) en la figura 4.6.



Figura 4.6: Espacio de los parámetros para la celda corta.

La zona que se ha marcado como I, corresponde, como se indica en la figura a la existencia convección primaria, donde sólo existen los rollos paralelos al calefactor. En esta zona se realizó el estudio del campo de velocidades del flujo primario.

Es en las zonas II, III y IV donde aparece toda la dinámica del sistema. En la zona II como consecuencia de una inestabilidad secundaria, se crea una estructura estacionaria en el tiempo. Aunque el comportamiento dinámico de la estructura en toda la región es muy similar, la estructura espacial es muy diferente cerca del umbral de la zona I que de la III.

En la zona III es donde aparecen los fenómenos más complejos. La convección deja de ser independiente del tiempo, y aparece un comportamiento temporal o bien oscilatorio o bien viajero. Como se ve en la figura 4.6, esta zona se ha dividido en dos regiones, pero sin diferenciar una frontera. Para bajos espesores, la estructura convectiva es oscilatoria (Zona IIIa: Oscilaciones). En cambio, para altos espesores aparecen ondas viajeras, junto con fuentes y sumideros (Zona IIIb: Viajera). Y entre ambas zonas existe una tierra de nadie en la que los diagramas espacio-temporales presentan dominios de cada una de estas estructuras (ver figura 4.7). Por ello, no se ha maracado ninguna



Figura 4.7: Diagrama espacio temporal de la Zona III para espesores intermedios

frontera en el espacio de los parámetros entre ambas regiones.

Por último, al cruzar la frontera entre la zona III y la IV, aparece la estructura pulsante alterna. En la frontera entre la zona III y la IV, la estructura alternante es muy regular y estable, pero conforme se va aumentando alguno de los parámetros, por ejemplo la diferencia de temperatura ΔT , la estructura se va haciendo menos regular en lo que se refiere a su periodicidad espacial y temporal. No obstante, este es un punto que se ha dejado para posteriores investigaciones.

4.3.2 Celda larga

A pesar de que en esta celda contamos con tres parámetros bajo control experimental, sólo se han encontrado tres zonas diferenciadas, existiendo una estructura convectiva distinta en cada una de ellas. Si comparamos con los resultados de la celda corta, no aparecen ni la zona de calentamiento cuasiuniforme, que conduce a una convección de Bénard-Marangoni orientada, ni la zona III.

En la figura 4.8 se pueden ver delimitadas cada una de las regiones en el espacio tridimensional. Para facilitar la observación, se han marcado las secciones correspondientes a cada una de las profundidades estudiadas, que



Figura 4.8: Espacio de los parámetros para la celda larga.

son 2.5, 3, 3.5, 4 y 4.5 mm. En cada corte sólo está definida la zona donde $\Delta T_{c-a} > \Delta T_{r-a}$ puesto que siempre hemos trabajado con una diferencia de temperatura entre el calefactor y el refrigerador mayor que cero ($\Delta T_{c-r} > 0$). De la misma forma, la temperatura del aire siempre ha sido la menor de todas.

En la zona I sólo existe convección primaria, totalmente similar a la de la celda corta, por lo que no vamos a decir nada más aquí. En la zona II aparece la estructura estacionaria. En esta celda es con mucho más regular que en la celda corta, en lo que se refiere a la uniformidad del número de onda. No obstante, existen defectos en las estructuras que revisten interés, como posibles precursores de la inestabilidad que origina las estructuras convectivas pulsantes alternas.

Por último en la zona III se pueden observar la estructura alternante, también mucho más regular que en el caso de la celda corta. En este caso, los defectos son mucho más difíciles de ver que en el caso anterior.

4.4 Caracterización de las estructuras

Una de las características de más interés en el estudio de las estructuras convectivas es la variación del número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y de la frecuencia $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en función de los parámetros de control. Por ello, hemos obtenido para todos los casos estudiados en la obtención de los espacios de parámetros los números de onda y frecuencia de los modos fundamentales.

Los números de onda y frecuencias presentados han sido convenientemente adimensionalizados, con el fin de obtener conclusiones más generales. En el caso del número de onda, se ha utilizado como número de onda adimensional $k_{adim} = \frac{2\pi}{\Lambda}$, donde $\Lambda = \frac{\lambda}{d}$. Para la frecuencia, se ha utilizado como tiempo característico del sistema el tiempo de difusión de la vorticidad $\tau_{conv} = \frac{d^2}{\nu}$, por lo que $\omega_{adim} = \frac{2\pi}{T/\tau_{conv}}$.

Recordemos que en las estructuras pulsante alterna, oscilatoria y viajera los modos asociados tienen longitud de onda λ y 2λ (ver sección 4.2.3). En los diagramas espacio-temporales resulta más sencillo medir el período 2λ , por lo que a la hora de comparar las longitudes de onda de todas las estructuras convectivas se ha dividido la longitud de onda medida por la mitad.

4.4.1 Número de onda k

El comportamiento de la longitud de onda en la celda corta como función de la temperatura y del espesor aparece recogido en la figura 4.9. En ella se representa la longitud de onda adimensional como función de la temperatura del calefactor, mostrándose una gráfica diferente para cada profundidad. Como se puede ver, no varía en gran medida, y haciéndolo de forma diferente según sea la profundidad en la que se trabaje.

En el caso de la celda larga (figura 4.10), se han presentado solamente una selección de los resultados obtenidos. Aparecen recogidos, para diferentes profundidades, las longitudes de onda en función de la diferencia de temperatura calefactor-aire ΔT_{c-a} para diferentes espesores. En todos los casos, la diferencia de temperatura entre el refrigerador y el aire es justamente la mitad $\Delta T_{r-a} = \frac{\Delta T_{c-a}}{2}$. Como se puede ver, la longitud de onda crece (el número de onda decrece) conforme lo hace ΔT_{c-a} para todas las profundidades.

El papel que juega la diferencia de temperatura ΔT_{r-a} no está sin embargo muy clara. Si se incrementa únicamente ΔT_{r-a} , la longitud de de onda crece o decrece según sean los valores de ΔT_{c-a} y de d, pero sin seguir un esquema



Figura 4.9: Longitud de onda adimensional Λ frente a la diferencia de temperatura calefactor-aire ΔT para diversos espesores d.

definido.



Figura 4.10: Longitud de onda adimensional Λ frente a la diferencia de temperatura calefactor-aire ΔT_{c-a} para diversos espesores d.

En definitiva, el número de onda adimensional en este experimento oscila entre 2.77 y 3.95 ($\Lambda \rightarrow 1.59, 2.27$), presentando un comportamiento indefinido en la celda corta, y creciente con ΔT_{c-a} para el caso de la celda larga, más homogénea en sus propiedades físicas.

Si comparamos estos resultados con otros experimentos, podremos extraer varias conclusiones. En los otros experimentos realizados con calentamiento eléctrico mediante un alambre [27, 28, 29, 54], la longitud de onda adimensional oscila entre 8 y 10, muy superior al encontrado en este experimento. (En nuestro caso, el caso que más se asemeja a los de otros trabajos es el de la estructura viajera, cuyo modo viajero asociado tiene un número de onda medido de $2\Lambda \sim 6.5$.) Junto con el hecho de que las estructuras observadas son diferentes, se concluye que los fenómenos observados en cada trabajo tienen causas físicas diferentes.

Pero si analizamos los trabajos realizados sobre estructuras en 2D en convección de Raylegih-Bénard, podremos encontrar varias similitudes. En primer lugar, en el caso de tener una convección en un fluido con la superficie superior libre y la inferior rígida sin tensión supeficial, el cálculo teórico predice una longitud de onda crítica de alrededor de 2.342 [17]. En el trabajo de Nield, para el caso de Marangoni puro, se obtiene una longitud de onda crítica de 1.993 [15]. Por lo tanto el proceso físico que está produciendo la estructura secundaria estacionaria, y en consecuencia, crea el modo $(k_s,0)$, es una combinación del efecto Marangoni y el efecto Rayleigh.

4.4.2 Frecuencia ω

El comportamiento de la frecuencia angular adimensional ω_{adim} en la celda corta como función de la separación de la temperatura umbral de aparición de la dinámica $\epsilon = \frac{T - T_{umbral}}{T_{umbral}}$ y del espesor aparece recogido en la figura 4.11.



Figura 4.11: Frecuencia angular adimensional ω frente a la separación ϵ del umbral de temperatura para la aparición de dinámica. Cada gráfica corresponde a diversos espesores d. Las unidades del eje de frecuencias es $\log_e(Hz)$.

En esta figura las frecuencias se han representado en escala logarítmica para resaltar el crecimiento ligeramente exponencial con la temperatura en esta celda. Resaltar que cuando estamos en el umbral $\epsilon = 0$ la frecuencia no es nula, sino que la bifurcación salta a un valor finito.

En el caso de la celda larga, tenemos otra vez tres parámetros de control, a saber, ΔT_{c-a} , ΔT_{c-r} y d. Con los tres, la frecuencia crece monótonamente. Es más, tal y como aparece en la figura 4.12, se pueden agrupar las dos temperaturas en la forma $\Delta T_{c-a} \cdot \Delta T_{c-r}$, obteniendo así un nuevo parámetro de control. Este parámetro viene a controlar en cierta forma la velocidad de la convección, pues ΔT_{c-r} controla la fuerza debida al efecto Marangoni y ΔT_{c-a} controla la fuerza debida al efecto Rayleigh. En función de este parámetro el comportamiento es prácticamente lineal y creciente.



Figura 4.12: Frecuencia angular adimensional ω frente al producto $\Delta T_{c-a} \times \Delta T_{c-r}$ para diversos espesores d.

El valor de la frecuencia adimensional en el experimento oscila entre los valores $\omega \in (0.5, 0.92)$ para la celda corta y $\omega \in (0.45, 1.02)$. Este comportamiento es mucho más lento que los de los experimentos previos. En ellos, los tiempos característicos de oscilación son de aproximadamente 5 s [54], con lo que la frecuencia adimensional en el umbral es de alrededor de $\omega = 1.11$. En este experimento, la frecuencia crítica de aparición de la estructura varía ligeramente según los parámetros convectivos, con un valor medio de $\omega_c = 0.6$. Aquí nos encontramos con un factor dos entre ambas frecuencias críticas, y junto con el hecho de que las longitudes de onda difieren bastante, podemos concluir que ambos fenómenos no están relacionados, a pesar de contar con una geometría similar.

Esta diferencia puede ser debida a la forma que adopta la convección primaria en ambos experimentos. En el caso del cable eléctrico, el flujo primario se desarrolla tanto por encima como por debajo del calefactor, al estar éste lejos del fondo [30]. Por el contrario, como consecuencia de formar parte el calefactor del fondo del canal en este experimento la convección primaria está confinada en una región mucho más pequeña.

Con respecto al mecanismo físico desestabilizante de la estructura secundaria y que produce el comportamiento dinámico, al trabajar con un fluido de alto número de Prandtl es posible que se produzca una desestabilización de la capa límite térmica en el fondo de la celda (ver la sección 1.1). En un experimento diferente llevado a cabo en este mismo laboratorio [55] se estudia el comportamiento de una convección de Bénard-Marangoni en la que aparece una oscilación del flujo. Una de las conclusiones de este trabajo, así como del llevado a cabo por P. Bergé y M. Dubois en Rayleigh-Bénard [56] es que aparecen dos frecuencias en relación entera debidas una a la aparición de plumas frías descendiendo desde la superficie, y otra por la desestabilización de la capa límite térmica del fondo. Basándonos en medidas de las estructuras, no podemos confirmar que el mecanismo que produce las oscilaciones sea la capa límite, puesto que el proceso de medida (que crea armónicos superiores del modo analizado) enmascara la posible existencia de esa oscilación más rápida. Pero veremos en la próxima sección que asociada con la aparición de dependencia temporal de las estructuras aparecen oscilaciones térmicas, lo cual confirma la oscilación del campo de temperaturas, y en consecuencia, de la capa límite térmica.

4.5 Temperatura

Como consecuencia de la imposibilidad de realizar medidas globales del campo de temperaturas, hemos optado por utilizar un camino indirecto para obtener su comportamiento dinámico. Se han realizado medidas puntuales mediante termopares, que nos han proporcionado información sobre el orden de magnitud de las oscilaciones, y del gradiente térmico integrado según Z mediante la deflexión de un haz láser (ver sección 1.3.2). Con esta información, podemos averiguar en que dirección se producen las oscilaciones térmicas, si en la dirección de giro del rollo primario, o tambien existen componentes transversas, a lo largo del calefactor.

4.5.1 Medidas con termopares

En la figura 4.13 aparecen resumidos cuatro comportamientos térmicos de la celda para las estructuras convectivas de interés. En lo que respecta a la amplitud de las oscilaciones, son típicamente del orden de 0.3-0.4 K, lo que representa aproximadamente un 10 % de la diferencia de temperatura entre el calefactor y el refrigerador, lo cual representa unas oscilaciones del campo de valor muy importante (ver figura 1.6). Es de esperar en consecuencia que el campo de velocidades sea fuertemente dependiente del tiempo $(Pr = \infty)$.



Figura 4.13: Medidas de temperatura realizadas con termopares a escala completa (izquierda) y a la misma escala (derecha) para las estructuras (de arriba abajo) estacionaria, oscilatoria, viajera y pulsante alterna

Si comparamos las frecuencias de oscilación del campo de temperatura con la de los diagramas espacio-temporales, vemos que en la estructura estacionaria, que no parece tener componente temporal si se observa por ombroscopía, presenta una frecuencia muy débil mediante análisis de Fourier. La amplitud de esta oscilación es demasiado pequeña (< 0.1 K), y podría ser producida por alguna perturbación del sistema.

En los casos viajero y pulsante alterna las oscilaciones son regulares, con un período temporal igual al obtenido mediante ombroscopía. La temperatura permanece aproximadamente constante durante una oscilación, excepto en un pequeño intervalo de tiempo, en el cual la temperatura desciende bruscamente. En la estructura oscilatoria, el comportamiento es mucho más complicado. A primera vista no se muestra ninguna dinámica regular, pero mediante un análisis de Fourier (figura 4.14), se muestra que el sistema tiene una frecuencia temporal que cuadra con la medida ópticamente, así como toda una cascada de subarmónicos. La existencia de estos subarmónicos indican un comportamien-



Figura 4.14: Espectro de potencias de la serie de temperatura mostrada en la figura 4.13 para el caso oscilatorio.

to complicado de la temperatura en la vecindad del umbral de transición de la estructura convectiva secundaria estacionaria a la estructura terciaria oscilante, cuya causa puede ser la desestabilización de la capa límite térmica.

Una última conclusión que se puede extraer de las medidas con los termopares es la interpretación que se puede dar a las estructuras observadas por ombroscopía. Si el efecto dominante para focalizar la luz que atraviesa el fluido son las lentes térmicas, las líneas de alta intensidad luminosa en la pantalla corresponderán a partes frías del fluido (ver sección 1.3.1). Por el contrario, si es la curvatura de la superficie la que desvía el haz incidente, las zonas brillantes corresponderán a zonas calientes.

En la figura 4.15 se muestra en la parte superior la evolución de la intensidad luminosa para el caso de una estructura pulsante alterna y la de la



temperatura en el fluido en la parte inferior. En ambas gráficas se observa

Figura 4.15: Oscilación del campo de temperaturas (abajo) y de la intensidad luminosa (arriba) correspondiente a la evolución de una estructura viajera.

que las variables tienen un valor prácticamente constante a lo largo de todo el período, excepto en un corto intervalo de tiempo. Es este hecho el que nos permite identificar las zonas brillantes de la pantalla con zonas frías en el fluido. Por lo tanto el efecto dominante en el experimento es el de lentes térmicas. El mismo resultado se obtiene para una estructura pulsante alterna.

4.5.2 Medidas de deflexión de un haz láser

Utilizando un haz láser que atraviesa perpendicularmente a la superficie el fluido, se pueden hacer medidas relativas de los gradientes térmicos presentes. En particular, se puede ver la existencia o no de gradientes según los ejes X e Y, y la relación entre ambos.

En la figura 4.16 se presenta una medida de los gradientes según el eje X (superior) e Y (inferior). En este caso las oscilaciones tienen un período de 35 s, coincidiendo con el valor medido por ombroscopía (este caso corresponde a una pulsante alterna). Se observa en ellos que la dinámica no ocurre sólo en

la dirección del eje Y (paralelo al calefactor), sino que aparece también en el eje X, siendo incluso los gradientes más fuertes en esta dirección.



Figura 4.16: Medidas del gradiente térmico utilizando la deflexión de un haz láser. Superior: gradiente según el eje X. Inferior: gradiente según el eje Y.

De la oscilación del gradiente térmico en ambas direcciones se deduce que el campo de velocidades oscilará con el mismo ciclo que la temperatura, formando celdas en las que el fluido circule en sentidos contrarios a lo largo de un período.

Por último, de las medidas del haz de luz que rebota en la superficie del líquido y que permanece estacionario en el tiempo, se concluye que de oscilar la superficie del líquido, lo hace con una amplitud menor de 1 μm . Este hecho reafirma que la focalización de la luz en la pantalla es debida a lentes térmicas y no a curvatura de la superficie (insuficiente para explicar aquélla), pero de él no se concluye que la superficie no se curve. (A modo de ejemplo, en el experimento pionero de Bénard, la deformación de la superficie era del orden de la micra.)

4.5.3 Transitorio

En la figura 4.17 se observa el comportamiento de los grdientes de la estructura convectiva ante la aplicación de un escalón de tempertauras. El escalón se produce en el instante t = 0. Se puede observar que corresponde a una relajación, pero ocurriendo varios procesos a lo largo del transitorio, cada uno de ellos con su tiempo característico.

El primer proceso es un relajamiento exponencial, que aparece recogido en la gráfica 4.18. Este relajamiento, de un tiempo característico de $\tau = 135$



Figura 4.17: Medidas del gradiente térmico utilizando la deflexión de un haz láser. Superior: gradiente según el eje X. Inferior: gradiente según el eje Y. Transitorio producido por un escalón de temperatura en el calefactoer.



Figura 4.18: Ajuste a una exponencial.

s parece producido por una propagación puramente difusiva del calor (para estos valores de los parámetros, $\tau_{cond} = 375s \sim 2\tau$). Durante este período no se observan oscilaciones regulares.

Inmediatamente después (a unos 150 segundos de producido el escalón) y coincidiendo con el apartamienro de un decaimiento exponencial, comienza un proceso oscilatorio con un período de unos 20 segundos. Esta oscilación no es estable, sino que relaja hacia otra de período mayor (frecuencia menor, ver figura 4.19) pudiendo apreciarse la aparición de armónicos de orden superior



Figura 4.19: Relajación de las frecuencias de oscilación del campo de teperaturas ante la aplicación de un escalón. La zona de tempo de comportamiento exponencial corresponde al intervalo de tiempo de la figura 4.17 en la q**Tiempro(s)** un decaimiento exponencial de la temperatura (fig. 4.18). El valor de la frecuencia de saturación se corresponde con el de la frecuencia estable del sistema.

(ver fig. 4.17). Finalmente, esta oscilación termina completamente amortiguada para un tiempo de unos 1400 segundos, a partir del cual el sistema ya comienza a oscilar con una frecuencia regular, tal y como aparece recogido en la gráfica 4.16. (A título de comentario, cuando se produce un escalón de temperaturas como el mostrado, la estructura convectiva desaparece de la pantalla, volviendo a aparecer coincidiendo con la aparición de una oscilación regular de los gradientes de temperatura.)

Del estudio del transitorio se deduce que la frecuencia de oscilación del sistema es proporcional a los gradientes aplicados. Es más, para instantes de tiempo cercanos al escalón de temperatura, el gradiente en la capa límite es más alto que antes del escalón, en que la temperatura del calefactor es menor, y menor que en $t = \infty$, puesto que el fluido se habrá homogeneizado. Es lógico pensar entonces que el mecanismo que produce las oscilaciones es la desestabilización de la capa límite térmica.

4.6 Campo de velocidades

La obtención de la representación, cuando menos cualitativa, del campo de velocidades en el seno del fluido, resulta de gran importancia para la determinación de la naturaleza del fenómeno físico que la genera.

En este experimento interesa conocer sobre todo si al sufrir la convección la inestabilidad secundaria, el rollo primario se rompe en varias celdas a lo largo del eje Y (a lo largo del calefactor). Con las condiciones experimentales comentadas en la sección 1.3.3 se obtiene la proyección según el eje XY de las velocidades de las partículas, por lo que debiéramos ser capaces de diferenciar si el rollo primario se rompe o no.

En la figura 4.20 aparece un esquema de las trazas dejadas en un sistema en el que hay dinámica (pulsante alterna). No obstante, el tiempo de ex-



Figura 4.20: Esquema de las líneas de flujo proyectadas sobre el plano XY Las líneas de puntos separan diferentes celdas convectivas

posición (durante el cual se obtienen las trazas) es inferior al período de la estructura convectiva. Típicamente, se deja una exposición de 10 s, mientras que el período de oscilación de la convección rondaba los 40 s. Como en el experimento de Bénard a principios de siglo, las trazas aquí aparecen rectas, "huyendo" hacia la pared desde unos puntos concretos sobre el calefactor, y por los cuales ascienden. La rectitud de las trazas indica que las partículas se mueven en planos paralelos al eje Z, y que convergen sobre el calefactor.

Como conclusión de esta medida cualitativa, la existencia de estas trazas definidas indican la existencia de velocidades con componentes según el eje Y. Este hecho indica la existencia de celdas de convección en el líquido, cuya generación es la que produce la división de la imagen óptica en secciones idénticas.



Figura 4.21: Esquema del campo de velocidades en el plano vertical YZ sobre el calefactor para las estructuras convectivas del experimento. (a) Estructura primaria, (b) estructura secundaria estacionaria y (c) estructura alterna mostrada en dos momentos del ciclo: c.1) t = 0, T, c.2) t = T/2.

En lo que respecta al comportamiento de las velocidades en el plano exactamente superior al calefactor (plano x = 0), se ha recogido en la figura 4.21 los principales resultados de las medidas de velocidad realizadas. En el caso de la convección primaria, el líquido asciende por este plano, y desciende por la zona próxima a las paredes de la celda. En el caso de la estructura estacionaria, la simetría traslacional a lo largo del calefactor se rompe, y se forman celdas de convección. Por último, en el caso pulsante alterno se rompe la simetría de traslación temporal, lo que conlleva la creación de un período de oscilación. En la figura 4.21 se ha esquematizado cada una de estas situaciones.

4.7 Escalas de tiempo

Como consecuencia de trabajar en un experimento de convección, tenemos dos tiempos característicos de difusión: tiempo de difusión viscosa $\tau_v = \frac{d^2}{\nu}$ y el tiempo de difusión térmica $\tau_t = \frac{d^2}{\kappa}$. En este experimento, como consecuencia del alto número de Prandtl (Pr = 75) estos números difieren en casi dos órdenes de magnitud. Por ejemplo, para 3 mm, son $\tau_v = \frac{d^2}{\nu} \approx 2s$ y $\tau_t = \frac{d^2}{\kappa} \approx 135s$. En principio, cada uno de ellos podría estar asociado a un fenómeno diferente en el experimento. Todos los fenómenos dinámicos que hemos visto hasta ahora tienen una escala de tiempo de aproximadamente 20-40 s, por lo que parece lógico asociarlos a fenómenos de difusión del campo de velocidades. Pero podría haber otra dinámica mucho más lenta en el sistema. Si la escala se conserva, en una escala de tiempos de aproximadamente 1500 s (entre 20 y 25 min) debería haber algún tipo de dinámica asociada a difusión térmica, mucho más lenta en este caso.

Se ha trabajado en la celda larga para aprovechar la uniformidad de sus propiedades, hecho que favorecerá la estabilidad de la estructura. Se han registrado diagramas espacio-temporales de la estructura convectiva pulsante alterna de una duración de 30 min. Como consecuencia de la complejidad en el procesado de esta señal, se hizo necesario registrar en vídeo el experimento para poder realizar el análisis *a posteriori* y por secciones.

Mediante un sistema de demodulación compleja, se ha recuperado para cada punto espacio-temporal de la línea de registro el comportamiento lentamente variable de las amplitudes complejas de los tres modos presentes (la notación y significado de cada modo se explica en la sección 4.2.3). En la figura 4.22 se puede ver una reconstrucción de estas tres amplitudes para un caso pulsante alterno.

Del comportamiento de las amplitudes de los modos, se pueden extraer varias conclusiones. En primer lugar, que existe una dinámica en una escala de tiempos como la predicha. El que esa dinámica sea periódica o no, debe ser demostrado mediante registro y procesado de series de 20 o más oscilaciones, lo que conlleva el regitro continuado de diagramas espacio-temporales de más de 12 horas, a razón de una muestra por segundo. Este procesado conlleva una serie de complicaciones que todavía no se han podido resolver.

Aun así, observando el comportamiento del flujo de los módulos de las amplitudes se puede constatar que el flujo casi se cierra sobre si mismo. En la figura 4.22.(b) se muestra dicho flujo en el espacio de los módulos de las amplitudes, habiéndose remarcado con un círculo la posición del inicio y fin de la serie de datos. El comportamiento de la fase de cada amplitud no parece mostrar una dinámica definida, por lo cual no se ha mostrado aquí.

En segundo lugar, los modos viajeros oscilan acoplados, de tal forma que sus amplitudes no difieren en más de un 15 %. Dicho de otra forma, la dinámica permanece en una región próxima al plano $A_{derecha} = A_{izquierda}$. En tercer lugar, y a falta de comprobación mediante series más largas, el modo estacionario y los viajeros oscilan en contrafase: cuando uno está en máximo, los otros en mínimo, y viceversa.



Figura 4.22: Evolución del módulo de las amplitudes para una posición espacial: a) Representación de los módulos de cada una de las amplitudes en función del tiempo. b) Reconstrucción del flujo en el espacio de las amplitudes. No se ha recogido el comportamiento de las fases respectivas.

Capítulo 5

Análisis de las estructuras imperfectas

Cualquier estructura física creada en un sistema real es siempre imperfecta. Estas imperfecciones pueden ser fruto de impurezas del sistema en el que se crea la estructura o bien pueden ser debidas a su propia evolución, para, por ejemplo, mediante su desarrollo volverse más estable.

Durante los últimos años en los sistemas experimentales de formación de estructuras ha ido cobrando un interés cada vez mayor el estudio de estas imperfecciones. Normalmente se agrupan bajo el nombre de defectos, pero últimamente se emplea este nombre para referirse a las estructuras coherentes que permanecen durante un período de tiempo más o menos largo comparado con los tiempos característicos del sistema. Un ejemplo de estas estructuras son los frentes y pulsos en problemas unidimensionales. En este capítulo se han incluído defectos del tipo frente y pulso, y asímismo *defectos* de los diagramas espacio-temporales, que realmente corresponden a saltos de fase, muy similares a defectos puntuales bidimensionales en convección de Rayleigh-Bénard.

En este capítulo se van a comparar los resultados del experimento con las predicciones planteadas en otros trabajos sobre defectos en sistemas unidimensonales mediante modelos basados en ecuaciones de amplitud compleja, (p. ej., de Ginzburg-Landau).

5.1 Ecuación de Ginzburg-Landau compleja

El camino natural para estudiar el comportamiento de un sistema hidrodinámico sería analizar las ecuaciones de Navier-Stokes, pero la resolución de este problema de forma exacta es imposible en la mayor parte de los casos. Por ello, se hace imprescindible la utilización de modelos que simplifiquen el análisis conservando los aspectos esenciales de la dinámica. Esta simplificación se puede hacer de dos formas. La primera se basa en las física del problema. Consiste en identificar dentro de las ecuaciones generales de evolución qué partes son relevantes para la dinámica e intentar conseguir una solución aproximada, utilizando por ejemplo una descomposición en modos normales (normalmente series de Fourier). La segunda se basa en las propiedades universales del problema. Utilizando como base las simetrías presentes en el experimento plantea los aspectos más generales de las ecuaciones que gobiernan la evolución de las amplitudes de los modos. Derivar un modelo mediante el segundo método es más sencillo, pero se pierde la relación entre los parámetros de control de las ecuaciones y los parámetros físicos, cosa que no ocurre con el primer método.

Como consecuencia de describir únicamente los aspectos más generales de los experimentos, los modelos suelen tener un campo de aplicación bastante amplio: un mismo modelo que describe la dinámica de un láser pueder utilizarse también para explicar la de un fluido, u otro sistema no lineal. Como se comentó en la introducción, en un sistema no lineal es característica la desestabilización de un estado base del sistema analizado al superar el valor umbral de alguno de los parámetros. El sistema sufre el efecto de una inestabilidad, que produce un cambio global. Es en este caso cuando un modelo puede ser más útil, ya que la similitud entre éste y la realidad es mayor cuanto más cerca se está del umbral, al ser la nueva solución comparativamente pequeña.

Supuesto un sistema unidimensional, cuya evolución está sujeta a efectos lineales y no lineales, la forma más general de describirlo será:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = L(R, \frac{\partial}{\partial x})S + NL(S)$$
(5.1)

donde por S denotamos el conjunto de variables físicas que describen el sistema, L es un operador lineal función de uno o varios parámetros R que involucra derivadas espaciales y finalmente NL engloba los efectos no lineales.

La solución del sistema S_0 permanecerá estable mientras cualquier perturbación que se produzca sea rápidamente amortiguada. Supongamos ahora que el sistema sufre una inestabilidad para un valor determinado de los parámetros de control. En ese caso, las perturbaciones pueden ahora amplificarse y hacer que cambie la solución. Por lo tanto, es necesario estudiar el comportamiento de una perturbación infinitesimal s justo en el umbral de una inestabilidad. Para ello, estudiamos la evolución de $S = S_0 + s$, con lo que obtenemos, linealizando el problema,

$$\frac{\partial s}{\partial t} = L(R, \frac{\partial}{\partial x})s + DNL(S_0)s$$
(5.2)

donde $DNL(S_0)$ es el diferencial de NL calculado en S_0 . Si descomponemos esta perturbación en modos normales (aquí lo haremos en serie de Fourier, más cómodo para sistemas periódicos), para poder decir que es inestable bastará

con analizar si alguno de ellos se ve amplificado, y en caso contrario, diremos que es estable. Llamando $s_k \cdot e^{ikx}$ a cada modo normal, obtenemos la ecuación de evolución de la amplitud de cada modo:

$$\frac{\partial s_k}{\partial t} = L(R,k)s_k + DNL(S_0)s_k = \sigma_k s_k \tag{5.3}$$

donde σ_k es un número complejo llamado tasa de crecimiento que es función del conjunto de parámetros R, el número de onda del modo k y el efecto de las no linealidades. La solución de 5.3 tendrá la forma $s_k = s_k^0 \exp(\sigma_k t)$, por lo que el sistema se volvera inestable si alguno de los modos tiene una tasa de crecimiento con parte real mayor que cero.

Pero la ecuación lineal 5.3 no proporciona una adecuada visión del sistema, puesto que sus soluciones inestables son rápidamente divergentes. Por ello hay que introducir en la descripción términos no lineales que saturen esa inestabilidad para un valor dado. L. Landau, en 1944 [57], consideró el miembro de la derecha de la ecuación 5.3 como el primer término de una serie de potencias de s_k y de s_k^* , por lo que añadió como término no lineal el siguiente en el desarrollo, que por razones de simetría (espacial y temporal), debía tener la forma $|s_k|^2 s_k$. Si llamamos A a la amplitud compleja del modo inestable, la ecuación 5.3 con términos no lineales quedará,

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \epsilon A - |A|^2 A \tag{5.4}$$

Si queremos que el modelo en vez de sólo variar en tiempo tenga dependencia espacial será necesario introducir algún término que acople los valores de la amplitud A en todos los puntos. Para ello, supongamos que la solución del problema es de la forma $S = S_0 + A \cdot e^{ik_0x} + A^* \cdot e^{-ik_0x}$, donde A evoluciona según el sistema 5.4. Dado otro modo $k = k_0 + p$ con razón de crecimiento conocida $\sigma(p)$, entonces el coeficiente de la parte lineal de la nueva ecuación de amplitud debe ser función de la derivada espacial de la amplitud ($\sigma(-i\frac{\partial}{\partial x})$), puesto que exp(ipx) será una de las soluciones. Se puede obtener entonces la forma general de la tasa de crecimiento para un modo $k = k_0 \pm p$ alrededor de k_0 . Teniendo en cuenta que σ debe ser invariante por paridad, y negativo para todos los modos en el umbral de la inestabilidad ($\mu = 0$) excepto k_0 , se puede hacer un desarrollo en serie de la parte lineal en potencias pares de p. Sustituyendo entonces $p \rightarrow -i\frac{\partial}{\partial x}$ se obtiene:

$$L(\frac{\partial}{\partial x}) = \mu + (1 + i\alpha)\frac{\partial^2}{\partial x^2} - c\frac{\partial}{\partial x}$$
(5.5)

con lo que la ecuación de amplitud queda:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + (1 + i\alpha)\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - c\frac{\partial A}{\partial x} - |A|^2 A$$
(5.6)

Una ecuación similar a ésta fué propuesta en los años 50 por Ginzburg y Landau como modelo para explicar la superconductividad. A la familia de ecuaciones similares, con más o menos términos no lineales, con coeficientes reales o complejos, se les llama ecuaciones de Ginzburg-Landau (GL) o ecuaciones de amplitud. Una derivación de la ecuación de Ginzburg-Landau más detallada se puede encontrar principalmente en la referencia [58], y una discusión más genérica de las ecuaciones de amplitud en [17, 35].

5.2 Saltos de fase

Sea un sistema que es describible mediante una Ginzburg-Landau. Esta ecuación se podrá separar en dos ecuaciones de variables reales, por ejemplo, el módulo y la fase de la amplitud compleja.

Si descomponemos de la forma $A(x,t) = a(x,t)e^{i\phi(x,t)}$, las ecuaciones de evolución serán ahora (supuestos coeficientes reales),

$$\partial_t a = F(R, a, \phi, \partial_{xx})$$

 $\partial_t \phi = \frac{1}{a} G(R, a, \phi, \partial_{xx})$

Para el caso en que el módulo de la amplitud se anula, aparece un valor infinito en la derivada temporal de la fase. Con un análisis más detallado [59, 60, 61, 62] se puede demostrar que en ese instante aparece una discontinuidad de la fase, produciéndose un salto de 2π . Este fenómeno ha sido ampliamente estudiado en sistemas unidimensionales.

Las conclusiones principales de un sistema como éste es que en caso de que la dinámica sea decribible mediante una o varias ecuaciones de Ginzburg-Landau, la amplitud compleja se debe comportar de una forma determinada. En particular, si en un instante de tiempo t = 0 la amplitud tiene la forma

$$a(x,0) \sim \frac{1}{2}\epsilon x^2 + i\psi x - \epsilon(t-t_0)$$

con $\epsilon > 0$ y Re $(\psi) \neq 0$, entonces habrá un punto en el que se anule la amplitud en el instante $t = t_0$ [61]. Y viceversa, si el sistema es describible mediante una GL, entonces el sistema debe evolucionar de esta forma al producirse un salto de fase.

En nuestro experimento aparecen saltos de fase en multitud de ocasiones en los diagramas espacio-temporales. Las características de la amplitud compleja pueden ser analizadas mediante técnicas de demodulación compleja. Si el sistema sólo presenta un modo, el análisis es sencillo, pero en el caso alternante, en el que están presentes tres modos, hay que ver como evoluciona cada uno de los tres modos y ver si el salto de fase es en uno sólo o en más de uno.

5.2.1 Salto de fase en estructura estacionaria

En la figura 5.1.(a) se puede ver ampliado el diagrama espacio-temporal de un modo estacionario que sufre una discontinuidad en la fase. Mediante demodulación compleja se puede recuperar la información de la amplitud lentamente variable, apareciendo recogidos su módulo y su fase en las figuras 5.1.(b) y (c) respectivamente. Lo primero que se observa, es cómo la amplitud se anula en el punto donde se produce el defecto y sólo en ese punto (curva de nivel 0).

La interpretación del comportamiento de la fase no es trivial. De hecho, al demodular la amplitud compleja se obtiene la fase módulo 2π ($\Phi \in [0, 2\pi]$), por lo que si la fase "real" toma un valor de, por ejemplo, 2.1π aparece una discontinuidad "falsa" al proyectar sobre el intervalo permitido (pasa de 2.1π a 0.1π).



Figura 5.1: Salto de fase en un estructura estacionaria: a) Diagrama espacio-temporal. b) Módulo de la amplitud para los mismos valores de espacio y tiempo. c) Fase de la amplitud compleja. d) Número de onda.

Supongamos que tenemos una onda con un número de onda k cuya am-

plitud compleja tiene una fase $\Phi(x)$ dependiente de la posición espacial. Si desarrollamos dicha fase en serie y sustituimos en la expresión de la onda, obtenemos que

$$\Phi(x) = \Phi(x_0) + \frac{\partial \Phi}{\partial x} |_{x_0} (x - x_0) + \mathcal{O}(2) \rightarrow$$
$$\rightarrow A(x, t)e^{i(kx + \omega t)} = |A(x, t)|e^{i(\Phi(x) + kx + \omega t)} =$$
$$|A(x, t)|e^{i\left(\Phi(x_0) + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|_{x_0}(x - x_0) + kx + \omega t + \mathcal{O}(2)\right)} =$$
$$= |A(x, t)| \cdot K \cdot e^{i[(k + \Delta k(x_0))x + \omega t]}$$

donde se han despreciado los términos de orden superior o igual a 2, $\Delta k(x_0) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}|_{x_0}$ y $K = e^{i\left(\Phi(x_0) + \frac{\partial \Phi}{\partial x}|_{x_0}x_0\right)}$ es una constante imaginaria.

Por lo tanto, si tenemos que la amplitud compleja asociada a una oscilación tiene una fase dependiente del espacio, se producirá una modulación del número de onda. De la misma forma, si se produce una discontinuidad en el valor de la fase $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \infty\right)$, se producirá una discontinuidad en el número de onda de la señal estudiada. Por ello, para facilitar la interpretación del comportamiento de la fase alrededor del salto de fase en la figura 5.1.(d) se recoge el número de onda en cada punto. Como era de esperar, aparece una discontinuidad en el número de onda en la posición del defecto.

En lo que respecta al comportamiento de los valores de Δk en torno del salto de fase, en la figura 5.2 aprecen recogidos el comportamiento medido y teórico según el modelo de GL, de la modulación del número de onda como función del tiempo para la posición donde se produce el defecto (tomado como x = 0). Si se mide experimentalmente el instante en el que se produce el defecto es $t = 135 \pm 2$.

En lo que respecta al comportamiento de la amplitud, no corresponde exactamente al predicho por un modelo de Ginzburg-Landau. Es un resultado lógico, pues como consecuencia de encontrarnos lejos del umbral de aparición de la estructura convectiva nos hemos alejado de su dominio de aplicación. En lo que respecta a la fase, aun arbitrariamente lejos del umbral las distorsiones de una estructura regular pueden ser tratadas perturbativamente dando lugar a ecuaciones de evolución de la fase, por lo que los resultados tratados con anterioridad conservan su validez [63, 64, 65].

Por último, que este tipo de defectos también aparecen cuando el modo presente es uno viajero (zona del espacio de los parámetros IIIa de la celda corta, secc. 4.3.1). En ambos casos, el comportamiento concuerda con un modelo de GL.



Figura 5.2: Valor de Δk en el punto donde se produce el defecto como función del tiempo. — Comportamiento medido. – – Comportamiento según una GL.

5.2.2 Salto de fase en estructura pulsante alterna

En la figura 5.3 se puede ver un diagrama espacio-temporal de una estructura convectiva pulsante alterna en cuya zona central se puede ver un defecto. En este tipo de dinámica están presentes tres modos, dos viajeros y uno estacionario. Para analizar el comportamiento del sistema, se han separado las tres amplitudes, de forma que se pueda estudiar cómo varían, y si aparece en alguna de ellas un salto de fase.



Figura 5.3: Diagrama espacio-temporal de una estructura pulsante alterna con un defecto en su centro.

En la figura 5.4 aparece recogida la evolución de los módulos de las amplitudes para 8 puntos espaciales inmediatos a la posición del salto de fase. En cada uno de los tres ejes se ha representado el módulo de la amplitud de cada modo. En caso de ocurrir un salto de fase, alguno, o varios de ellos, debieran ir a cero. Como se puede observar, en el instante que se produce el defecto, se crea un salto de fase (|A| = 0) para el modo viajero izquierda (en este caso). En todos los sistemas observados el salto de fase aparece en uno sólo de los modos presentes en el sistema, nunca en varios. En lo que respecta al comportamiento de la fase y el módulo de la amplitud compleja de la onda viajera a la izquierda, es completamente similar al estudiado en el punto anterior. Como consecuencia, se puede extraer que la fase de cada uno de los modos está fuertemente ligada al módulo de la amplitud respectiva. Por otra parte, las amplitudes de los otros dos modos no dependen de la fase del que sufre la discontinuidad, puesto que la evolución de los módulos de sus amplitudes no varía.



Figura 5.4: Flujo de las amplitudes. Aparecen representadas los módulos de las amplitudes de los tres modos involucrados para ocho localizaciones espaciales contiguas.

5.3 Defectos

Como defectos propiamente dichos, consideraremos las estructuras que presentan soluciones mixtas del sistema, y que perduran en el tiempo. Dentro de la clasificación de defectos en sistemas unidimensionales [18] se pueden distinguir los frentes, los límites de dominio y los pulsos. En la figura 5.5 se ha esquematizado un ejemplo de cada uno de esos defectos.



Figura 5.5: Ejemplos de defectos unidimensionales: a) límite de dominio b) frente y c) pulso.

Los frentes corresponden a la existencia de dos dominios, infinitos, donde en uno existe una solución de amplitud finita, y en la otra la solución trivial (A = 0). Los límites de dominio corresponde a la separación de dos zonas donde existen soluciones diferentes de amplitud finita, y finalmente, los pulsos son pequeñas zonas de amplitud finita imbuídas en otra mayor de amplitud cero.

En este experimento han aparecido únicamente defectos del tipo fuente y sumidero, que corresponden a defectos de límites de dominio. No obstante, existen además otras estructuras, que presentando soluciones definidas en toda la región de observación, presentan estructuras estables en el tiempo y localizadas espacialmente. Son lo que hemos dado en llamar "pulsos de fase."

5.3.1 Fuentes y sumideros

Cuando en la celda corta se supera un espesor d de 5 mm y un umbral de temperatura que aumenta suavemente con d ($d=5\text{mm} \rightarrow \Delta T = 5$ K) aparecen procesos puramente propagativos en vez de los estáticos analizados hasta ahora (que no presentan desplazamiento espacial aunque sí variaciones temporales). Se crean en la celda sumideros (fig. 5.5.(a)) y fuentes (fig. 5.5.(b)) de dichos modos. En principio, debiera ser completamente indiferente qué tipo de defecto aparece en la celda, puesto que en principio no hay nada que de preferencia a uno sobre otro. No obstante, es mucho más probable encontrar en sumideros que fuentes (y, en consecuencia, en los extremos fuentes que sumideros). Más aún, sólo en el caso en que se modifiquen las condiciones de conducción de calor entre el calefactor y el fluido se obtiene una fuente como la mostrada.

En varios trabajos realizados en los últimos años aparecen caracterizados y analizados este tipo de defectos [66, 67]. En nuestro caso no ha sido posible obtener (con una buena relación entre señal y ruido) el comportamiento de la amplitud en función de la posición, y así poderlos comparar con los estudios teóricos. No obstante, sí que se ha podido comprobar en el caso del sumidero que el decaimiento de cada uno de los modos al llegar al sumidero es bastante rápido, ocurriendo siempre en una distancia inferior a una longitud de onda.

En lo que respecta a su comportamiento temporal, una vez transcurrido un transitorio, este tipo de defectos permanecen estacionarios, no observándose ninguna velocidad neta de propagación. Pero sí es posible modificar su posición por medios externos al sistema. Modificando, por ejemplo, la convección del aire sobre la interfaz aire-líquido (colocando un obstáculo estrecho, < 3 cm, a unos 3 cm sobre la superficie), la estructura se altera de forma que el sumidero se coloca precisamente debajo de este obstáculo. Este hecho, de por sí, ya hace pensar que la existencia de estas estructuras está muy ligada a la presencia de gradientes a lo largo del calefactor —eje Y— independientemente de lo analizado en la sección 5.4.2.

En este laboratorio se ha llevado a cabo un análisis del comportamiento de las estructuras en la proximidad de fuentes y sumideros en varias configuraciones basadas en la celda corta. Las conclusiones de este trabajo se puede



(a) Sumidero



(b) Fuente

Figura 5.6: Fuentes y sumideros de ondas viajeras.

encontrar en las referencias [68, 69].

5.3.2 Pulsos de fase

El último tipo de defectos observados en este experimento corresponde a alteraciones estructurales del número de onda localizadas que se propagan con una velocidad definida, y como si fueran "pulsos." En la figura 5.7 aparece recogido uno de estos casos. En él se observa una perturbación del número de onda (de la fase) que "entra" por la izquierda del diagrama espacio-temporal y se propaga hacia la derecha. Avanzando en el tiempo se aprecia otra estructura similar que viaja en dirección contraria. No se ha podido establecer relación entre estos pulsos viajeros (rebotes, pulsos hijos, etc.) a pesar de que en el diagrama parezca que exista.

La forma de estos pulsos permanece aproximadamente igual (con variaciones en la altura pero no en la anchura) durante períodos de tiempo relativamente largos (superiores al minuto), durante los cuales recorren una fracción apreciable (más de la mitad de la celda).



Figura 5.7: Propagación de una perturbación del número de onda. a) Diagrama espaciotemporal. b) Valor absoluto de la variación del número de onda Δk .

Este comportamiento aparece en la estructura convectiva estacionaria, pero, al revés del ejemplo mostrado aquí, la velocidad de propagación no es constante con el tiempo. Una de las cuestiones abiertas que resultan de este experimento corresponde a la explicación de este tipo de evolución y su interpretación en un modelo de evolución de la fase lejos del umbral [63, 64, 65].

5.4 Alteración provocada de la estructura convectiva.

En el capítulo 4 se apuntó ya la posibilidad de que alguna de las estructuras obtenidas en la celda corta no son genéricas. En particular, las estructuras viajeras sólo aparecen para unas condiciones específicas del espacio de los parámetros en la celda corta, que es además la que presenta gradientes térmicos a lo largo del calefactor. Este hecho, junto con la preferencia del sistema por la existencia de sumideros frente a las fuentes en el centro de la celda, indica que puede haber en el sistema una selección de modos para favorecer el transporte de calor.

En consecuencia se ha intentado provocar la alteración de la simetría del sistema, con el fin de ver qué papel juegan estas a la hora de que aparezca una u otra estructura convectiva.

Las perturbaciones a las que hemos sometido a la convección son principalmente tres:

a) Alteración de la geometría del sistema, inclinando la celda.

b) Inducción de gradientes longitudinales, forzando la distribución de temperaturas en el fondo.

c) Modificación del flujo normal de aire sobre la superficie.

Estas tres fuentes de perturbaciones tienen como consecuencia romper las simetría $y \leftrightarrow -y$, así como la simetría traslacional. No obstante, veremos que sus efectos no son los mismos.

A grandes rasgos, se puede decir que las estructuras más estables son la estacionaria y la alternante. No se ha logrado destruirlas de forma global bajo ninguna perturbación, por fuerte que fuera. Todo lo más se han producido alteraciones locales de sus características. En cambio, la oscilante y las ondas viajeras son bastante inestables. Se puede forzar la aparición de las ondas viajeras en el caso de tener oscilaciones sin más que inclinar la celda. Y en el caso de las viajeras, se puede controlas la posición de un sumidero colocando a 4 cm de la superficie un obstáculo que impida el flujo normal de aire.

5.4.1 Alteración de la geometría

Para alterar la simetría de la celda convectiva hemos inclinado la celda en una muy pequeña proporción, de forma que nunca sea mayor de unos pocos milirradianes. Este estudio se ha hecho principalmente en la celda corta, al permitir más fácilmente el control sobre la inclinación.

Los resultados varían según sea la zona del espacio de los parámetros en la que estemos (ver sección 4.3.1). Si estamos en la zona IIIa, lo que se logra es destruir completamente las oscilaciones. En su lugar aparece únicamente el
modo viajero de longitud de onda doble que viaja hacia la zona menos profunda del canal. Si el sistema se halla en la zona IIIb la estructura convectiva no se ve alterada, excepto en que uno de los extremos (el más profundo) actúa de fuente y el otro de sumidero. Es decir, en la zona III se favorece a un modo (el que viaja hacia la zona menos profunda) frente a los otros dos.

Si estamos en la zona II (estructura estacionaria) o la IV (estructura pulsante alterna) la estructura original no se ve destruída (a no ser que se incline mucho) pero empieza a desplazarse con una lenta velocidad de deriva hacia la zona menos profunda de la celda. En esta sección, así como en la referencia [70], los resultados que se presentan corresponden a la zona II, puesto que se considera que son representativos para ambas.

En la figura 5.7 se puede ver un diagrama espacio-temporal correspondiente a una inclinación del fondo de la celda de 2.5 miliradianes (mrad). La parte menos profunda de la celda es la que queda en la parte derecha de la figura. El extremo derecho es el final de la celda, pudiéndose ver claramente cómo está actuando como un sumidero de ondas.



Figura 5.8: Diagrama espacio-temporal de la estructura secundaria cuando $\theta = 2.5$ mrad

Uno de los motivos por los que se puede asegurar que la velocidad de desplazamiento es debida a la inclinación de la celda, y no por otros como por ejemplo imperfecciones mecánicas, es que si se inclina la celda en ángulo contrario el comportamiento de la estructura es el de aplicar una simetría de reflexión: la velocidad tiene el mismo módulo, pero sentido contrario.

En este caso, a diferencia de lo que se ha estudiado en este mismo trabajo al describir las estructuras, la aparición de una dependencia temporal no implica una duplicación del número de onda. Como se puede ver en la figura 5.8, la longitud de onda adimensional permanece constante, aun variando el espesor o la inclinación. Es por eso que en la figura 5.7 se puede ver que conforme nos



Figura 5.9: Dependencia de la longitud de onda de la estructura secundaria con (a) la profundidad d y (b) la inclinación θ . La temperatura indicada en (a) corresponde a la del calefactor.

acercamos a la parte menos profunda de la celda, la longitud de onda se va acortando.

En la figura 5.9 se puede observar representada la dependencia de la velocidad de desplazamiento (aquí representada en términos de frecuencias temporales) con la inclinación. Se puede ver claramente cómo la velocidad de desplazamiento no bifurca desde un valor cero a un valor finito, sino que crece linealmente con el parámetro desde el cero. Es preciso ir hasta valores relativamente altos de la inclinación para que la frecuencia de desplazamiento sea del mismo orden que la producida en las estructuras previas ($\sim 30 \text{ mHz}$). No obstante, hay que subrayar una diferencia crucial entre ambas dinámicas y es que en las genéricas la longitud de onda es doble que la del estado estacionario, mientras que aquí no varía.



Figura 5.10: Dependencia de la frecuencia de desplazamiento de la estructura secundaria con la inclinación.

Para describir este comportamiento, se puede construir un modelo fenomenológico tomando como punto de partida las ecuaciones de Navier-Stokes (balance de momento y de masa). Suponiendo que la convección en el fluido forma un patrón repetitivo estacionario (el caso analizado corresponde a la zona II), se puede suponer que las variables físicas adoptan una forma del tipo $A(x,t) = A'(t) \cdot exp(ikx)$. Entonces, la evolución del sistema puede ser descrita por medio de una ecuación de evolución de una amplitud compleja. Si descomponemos ésta en amplitud real y fase, tendremos dos ecuaciones de evolución reales. En particular, la ecuación de evolución de la fase es del tipo [63]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \tag{5.7}$$

donde la constante de difusión D es la que proporciona toda la información acerca del fluido y las condiciones empleadas.

Si rompemos la simetría $x \leftrightarrow -x$ (equivalente al eje Y del experimento), la difusión, que recordemos depende de los parámetros convectivos, dependerá de la posición en que nos encontremos a lo largo del eje X.

Aún así, en estas condiciones, la fase evolucionaría hasta adquirir un valor fijo para el cual $\frac{\partial}{\partial x} \left(D(x) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$ se hace cero, no produciéndose ningún desplazamiento neto de la estructura. Por ello se propone un término que depende linealmente de la perturbación inducida, en este caso la inclinación θ , quedando la ecuación de la fase de la forma siguiente [71]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(x) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \alpha \cdot \theta \tag{5.8}$$

donde α es la constante de proporcionalidad entre la velocidad de desplazamiento de la estructura (la frecuencia) y la inclinación.

Si la inclinación θ es pequeña, se puede hacer la aproximación $D(d) = D(\theta \cdot x)$, donde θ permanece constante en cada experimento. Del mimso modo, es posible desarrollar en serie la expresión de la difusión en torno al punto $\theta = 0$, de la forma:

$$D(x) = D_0 + c \cdot \theta \cdot x + O(2) \tag{5.9}$$

Si despreciamos los términos de orden 2 y superiores, la ecuación 5.8 queda:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c \cdot \theta \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_0 \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \alpha \cdot \theta \tag{5.10}$$

Es fácil observar que si θ se anula, se recupera la ecuación de fase 5.7. Por último, hay que señalar que los dos últimos términos del segundo miembro de la ecuación 5.10 dan cuenta de una pequeña variación del número de onda $\Delta k(x) \simeq \frac{\partial \phi}{\partial x}$ con la posición a lo largo del eje X ($\Delta k \simeq \frac{\alpha}{D_o} \cdot \theta \cdot \Delta x \propto \Delta d$), tal como se observa en la figura 5.8. Esto no está en desacuerdo con lo expuesto en la figura 5.8.(b), puesto que en la ecuación 5.10 la longitud de onda adimensional se obtiene a partir de un espesor constante d, lo cual no es cierto. Si se tiene en cuenta el hecho de que d depende de x, se obtiene que k =cte. 5.4.2Inducción de gradientes térmicos

Otra forma de romper la simetría $y \leftrightarrow -y$ es inducir un perfil de temperaturas a lo largo del calefactor. Por ello, al contrario que en la sección anterior, se ha optado por trabajar con la celda larga. En ella en condiciones normales no hay prácticamente gradientes a lo largo del eje Y, con lo que se obtendrá una estructura homogénea y los efectos de un ruptura de simetría serán más notorios.

Para inducir un gradiente térmico en el fondo nos hemos servido de un calefactor de latón de unos 10 cm de altura y de sección cuadrada de alrededor de un centímetro de lado, colocado verticalmente, sumergido y apoyado sobre el calefactor, conectado a un baño termoestabilizado. En la figura 5.10.(c) se puede observar el diagrama espacio-temporal de la zona inmediatamente adyacente al calefactor auxiliar en equilibrio (con el baño apagado) con el líquido. Como se ve, no afecta a la estructura convectiva, que para los valores de los parámetros aplicados corresponde a una pulsante alterna. Por lo tanto, tenemos presentes los tres modos convectivos fundamentales. Con este dispositivo podemos calentar o refrigerar, según la temperatura de operación del baño, una zona del fondo de la celda, induciendo un gradiente a lo largo del eje Y.

En la figura 5.10.(a) y (b) se muestran dos casos de forzado mediante gradiente térmico. En el caso (a), calentando el calefactor auxiliar y en el caso (b), enfriándolo. En las zonas donde el gradiente térmico es diferente de cero, se potencia la existencia de uno de los modos en detrimento de los otros dos. Además, como se puede comprobar, las propiedades físicas del modo superviviente no son alteradas ($\lambda \neq \omega$ son las del modo viajero original). En lo que respecta a la dirección de propagación, el modo superviviente es aquel que se propaga en la dirección en la que aumenta la temperatura. Las medidas de temperatura realizadas lo han sido con un termopar tipo K de 0.5 mm de diámetro colocado en la superficie del fluido.

En el caso en que la temperatura del calefactor auxiliar es inferior a la del calefactor principal (caso (b)), la zona del diagrama espacio-temporal en la que aparece la onda viajera es mucho menor que en el caso (a). Esto es debido a que la zona en la que el gradiente térmico es apreciablemente mayor que cero es muy pequeña. No obstante, no se ha podido medir un valor mínimo del gradiente necesario para destruir la estructura pulsante.

Por lo tanto, la estructura viajera aparece como consecuencia de la ruptura de la simetría $y \leftrightarrow -y$, al favorecerse el modo que viaja en el sentido del gradiente. Por este motivo no consideramos que el modo sea genérico de un sistema unidimensional ideal con las condiciones del experimento.



Figura 5.11: Forzado mediante inducción de gradiente: a) Calefactor auxiliar caliente. b) Calefactor auxiliar frío. c) Calefactor auxiliar inactivo.

Sección III

Conclusiones

Capítulo 6

Conclusiones

Las conclusiones de este trabajo de investigación se pueden agrupar en dos grandes divisiones, que son el comportamiento universal y la naturaleza física de las inestabilidades del experimento.

6.1 Comportamiento universal

Como consecuencia de todo lo expuesto se puede concluir que el sistema experimental analizado corresponde, particularmente en el caso de la celda larga, a un sistema de dinámica unidimensional, el cual sufre tres inestabilidades:

- a) Inestabilidad primaria: Se produce sin umbral, al ser inestable el estado conductivo. Tiene como resultado una estructura convectiva primaria en forma de dos rollos contrarrotativos, con simetrías de traslación y reflexión según el eje y y de traslación temporal.
- b) Inestabilidad secundaria: Presenta un umbral definido, creando una estructura secundaria periódica a lo largo del calefactor y estacionaria en el tiempo. Conserva las simetrías de reflexión espacial y traslación temporal. Basándonos en un análisis de Fourier, es describible mediante un solo modo de longitud de onda y frecuencia $(k = \frac{2\pi}{\lambda}, 0)$.
- c) Inestabilidad terciaria: Con un umbral definido se desestabiliza la estructura secundaria, apareciendo una nueva convección con longitud de onda doble que la estacionaria, y con una frecuencia adimensional de ~0.6. Esta estructura rompe la simetría de traslación temporal. Modos presentes: (k,0) y $(\pm \frac{k}{2}, \omega)$.

Por lo tanto las estructuras convectivas que se van creando rompen de a poco las simetrías del problema, conservando siempre la de reflexión según el eje X, al ser el comportamiento el mismo a ambos lados del calefactor. El mecanismo de desestabilización de la convección estacionaria secundaria, entre los varios posibles según la clasificación de Coullet y Iooss, corresponde a una inestabilidad oscilatoria que genera un nuevo modo de número de onda $\frac{k}{2}$, análogo a la que produce las oscilaciones WIB y WOB en el experimento de Taylor-Couette, que a su vez también presenta un flujo base como el estudiado.

Los sistemas cuya dinámica no parece cuadrar con la clasificación propuesta (estados oscilatorio y viajero) pueden ser explicados apoyándonos en los análisis de los modos, las medidas de temperatura y los experimentos de forzado mediante gradiente térmico. La estructura oscilatoria se puede considerar como un caso particular de la pulsante alterna, en el que la amplitud de los modos viajeros $(\pm \frac{k}{2}, \omega)$ es mucho menor que la del estacionario (k, 0). En lo que respecta a la estructura viajera, aparece debido a la ruptura de la simetría de desplazamiento a lo largo del eje Y. Dicho de otra forma, la existencia de gradientes a lo largo del calefactor induce la destrucción de dos modos en beneficio del modo que viaja intentando compensar los gradientes (que rompen la simetría de reflexión en el eje Y).

Por último, y refiriéndonos a las imperfecciones de las estructuras, en este sistema se ha planteado la existencia de saltos de fase en todos los regímenes estudiados, así como la de defectos coherentes del tipo fuente y sumidero. En lo que se refiere a los saltos de fase, su comportamiento puede ser perfectamente entendido en el cuadro de un modelo de ecuación de amplitud o de Ginzburg-Landau en una dimensión, como se ha visto por la evolución de la fase de las amplitudes. Al corresponder a un sistema lejano al umbral, sólo evoluciona de acuerdo al modelo la fase lentamente variable del sistema.

Los resultados preliminares de los defectos tipo fuente y sumidero concuerdan perfectamente con los propuestos por varios autores. En concreto, la extensión de la zona de transición entre amplitud finita y nula, así como las características de interpenetración entre los dominios de existencia de las ondas.

Otro tipo de estructuras que perviven en el tiempo y que no tienen cabida en los modelos clásicos han sido descritas. En particular, se ha expuesto la existencia de defectos (pulsos) de fase con una velocidad de propagación definida, y de forma aproximadamente constante.

6.2 Naturaleza de las inestabilidades

En lo que respecta a la física generadora de las inestabilidades, hemos visto que cada una de ellas involucra a diferentes mecanismos:

a) Inestabilidad primaria: Se produce sin umbral, y su perfil de velocidades es similar a los que aparecen en simulaciones numéricas, experimentos y predicciones teóricas para dispositivos de gradiente horizontal. Por lo tanto, el mecanismo que genera en la convección primaria es el de un calentamiento lateral: La situación inicial conductiva corresponde a un estado inestable, al haber una distribución de temperatura en la que hay fluido caliente rodeado de fluido frío. Es una situación diferente al Rayleigh-Bénard o al Bénard-Marangoni, donde hace falta que un volumen infinitesimal de fluido se traslade para que el sistema se vuelva inestable, lo cual implica un umbral debido a la disipación viscosa.

b) Inestabilidad secundaria: Presenta un umbral definido, creando celdas de convección cuya longitud de onda adimensional es $\lambda \sim 2$. Nos encontramos ante una inestabilidad creada por la acción conjunta de los efectos Rayleigh y Marangoni en el eje Y.

Una vez desarrollada la convección primaria, la distribución de temperaturas según el eje Z sobre el calefactor sigue la forma aproximada de una parábola, y si miramos la sección de la celda en el plano YZ, sobre el calefactor, veremos que el campo de temperaturas es función de z, pero no de y. Si se produce una pequeña alteración en la distribución de velocidades del rollo primario, la estructura se romperá en celdas cerradas, cuya longitud de onda según Y será la de una convección de Bénard-Marangoni, y ocupará toda la celda en la dirección X (perpendicular al calefactor) al seguir actuando el calentamiento inhomogéneo.

c) Inestabilidad terciaria: El mecanismo que genera la inestabilidad terciaria está relacionado con la capa límite térmica. Las medidas de temperatura indican oscilaciones rápidas (~20 s) que sólo pueden ser generadas mediante alteraciones bruscas del campo de velocidades. Asímismo, existen ciertas similitudes con la inestabilidad bimodal, cuyo origen fué explicado por Busse y col. mediante la desestabilización de las capas límite de la convección.

Estas alteraciones se producen cuando el gradiente en la capa límite es superior al necesario para romper la resistencia del frenado viscoso, apareciendo un pulso en la velocidad. A continuación, este gradiente relaja, con lo que el fluido vuelve a su condición anterior. Se puede decir que la capa límite térmica actúa como un acumulador energético, recibiendo más calor del que puede disipar, actuando como válvula de escape los pulsos en el campo de velocidades.

Otro hecho que nos lleva a concluir la infuencia de la capa límite es el comportamiento del sistema en el transitorio ante un escalón de temperatura. Cuando los gradientes son mayores en la capa límite, la frecuencia de oscilación del sistema es mayor, decrecieno ésta conforme lo hace aquél.

En lo que respecta a la forma de las líneas de flujo en la convección, destaquemos dos resultados. En primer lugar, el perfil de velocidades del rollo primario se corresponde en buena aproximación a la convección producida por calentamiento lateral. Este resultado era esperable, puesto que este experimento es similar a dos de calentamiento lateral unidos por la zona caliente.

En segundo lugar, las características de la convección secundaria se han determinado cualitativamente. El fluido se mueve en celdas de convección cerradas, que dividen el canal convectivo en secciones transversales al calefactor. El líquido asciende sobre el calefactor por el centro de dichas secciones, alejándose hacia la pared, por la que desciende.

Por último, cuando se produce la inestabilidad terciaria, el comportamiento del campo de velocidades se vuelve más complejo, oscilando en el tiempo, tal y como lo demuestran las oscilaciones de los gradientes térmicos.

6.3 Cuestiones abiertas

Quedan algunas cuestiones abiertas. La primera de ellas se refiere a la existencia de dinámica debida a fenómenos de difusión térmica. Las características de dicha difusión así como el papel que juega en la evolución del sistema, ha quedado sin determinar.

No se ha determinado tampoco si la inestabilidad que genera la dinámica se corresponde con una inestabilidad oscilatoria simétrica o antisimétrica. Para ello resultará de interés la comparación de medidas experimentales con un modelo del sistema.

Por último, ha quedado sin explicar la dinámica de los pulsos localizados de fase, así como la razón de su existencia.

En definitiva, se han resuelto las cuestiones planteadas al comienzo, pero se han planteado otras cuyo análisis es objeto de investigacion.

Sección IV Apéndices

Apéndice A

Transformada de Fourier: Propiedades

En la mayor parte de los casos, las series de datos que se extraen de un experimento y que proporcionan información del comportamiento del sistema físico no admiten una representación analítica. No obstante es preciso contar con algún instrumento de análisis que nos diga, sobre todo en experimentos de formación de estructuras y en experimentos en los que aparecen ondas viajeras, si en la señal aparecen patrones repetitivos, ya sean espaciales o temporales, y con qué importancia relativa. A lo largo de este apéndice nos referiremos con frecuencia tanto a la frecuencia espacial (el número de onda) como a la frecuencia temporal (frecuencia angular).

Es decir, resulta interesante encontrar una forma de representación de funciones no periódicas integrables que nos proporcione información acerca de con qué importancia relativa está incluida cada frecuencia en la señal. En la transición del siglo XVIII al XIX, en tiempos de Napoleón, Jean Baptiste Fourier demostró que cualquier función, por compleja que fuera, con tal de que fuera integrable, podía ser "transformada" en una nueva función cuya variable fuera la frecuencia, y cuyo valor para cada frecuencia fuera su peso a la señal total. A esa nueva operación se le llama transformada de Fourier, y se define como:

$$\mathcal{F}(\omega) = T.F.[F(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t)e^{-i\omega t}dt$$

donde $\mathcal{F}(\omega)$ es la transformada de la función F(t). A $\mathcal{F}(\omega)$ se le llama a veces también el espectro en frecuencias de la función F(t) y a $|\mathcal{F}(\omega)|^2$ el espectro de potencia. Señalemos que en general $\mathcal{F}(\omega)$ será complejo.

Esta definición es fácilmente extensible a funciones de dos dimensiones:

$$\mathcal{F}(k,\omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(x,t)e^{-i(kx+\omega t)}dxdt$$

Las propiedades más importantes de la transformada de Fourier son:

Linealidad: $T.F.[a_1F_1(x) + a_2F_2(x)] = a_1T.F.[F_1(x)] + a_2T.F.[F_2(x)]$ Traslación: $T.F.[F(x-a)] = \mathcal{F}(k)e^{i2\pi kx}$ Si F(x,t) es real, $\mathcal{F}(k,\omega) = \mathcal{F}^*(-k,-\omega)$

Hay una propiedad que resulta muy útil en el caso de procesamiento de señales. Si se tiene el producto de convolución de dos funciones, entonces, al pasar al espacio de frecuencias, se obtiene el producto de las transformadas:

$$\begin{split} T.F.[F(x,t) \otimes G(x,t)] &= \iint_{-\infty}^{+\infty} F(x,t) \otimes G(x,t) e^{-i(kx+\omega t)} dx dt = \\ &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} F(x',t') G(x-x',t-t') e^{-i(kx+\omega t)} dx dt dx' dt' = \\ &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} F(x',t') G(x'',t'') e^{-i(kx'+\omega t')} e^{-i(kx''+\omega t'')} dx' dt' dx'' dt'' = \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} F(x',t') e^{-i(kx'+\omega t')} dx' dt' \iint_{-\infty}^{+\infty} G(x'',t'') e^{-i(kx''+\omega t'')} dx'' dt'' = \\ &= \mathcal{F}(k,\omega) \mathcal{G}(k,\omega) \\ T.F.[F() \otimes G()] = T.F.[F()]T.F.[G()] \end{split}$$

y viceversa

$$T.F.[F(x,t)G(x,t)] = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(x,t)G(x,t)e^{-i(kx+\omega t)}dxdt = \mathcal{F}(k,\omega) \otimes \mathcal{G}(k,\omega)$$
$$T.F.[F()G()] = T.F.[F()] \otimes T.F.[G()]$$

Por último, son de particular interés las transformadas siguientes:

$$F(t) = e^{i\omega_0 t} \qquad \qquad \mathcal{F}(\omega) = \delta(\omega - \omega_0) F(t) = \cos(\omega_0 t) \qquad \qquad \mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right]$$

A.1 Transformada discreta de Fourier

Normalmente, la señal medida en un experimento no es una función, sino que consiste en una serie finita de datos. Por ello, si se quiere obtener información acerca de las frecuencias características mediante procesado de Fourier, es preciso definir antes para series de datos una operación análoga a la transformada de Fourier para funciones integrables. En primer lugar, la definiremos para series infinitas periódicas, y luego haremos la extensión a series finitas no periódicas.

Sea una serie infinita de datos periódica $\tilde{S}[n]$ con período N (es decir, $\tilde{S}[n] = \tilde{S}[n+N]$. Como ocurre en el caso de las funciones, será desarrollable como una serie de armónicos en forma de exponenciales complejas de la frecuencia fundamental. En este caso, la frecuencia fundamental será $\frac{2\pi}{N}$.

Según esto, la serie de datos se puede expandir en armónicos:

$$\tilde{S}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{S}[k] e^{i\left(\frac{2\pi}{N}\right)kn}$$

o, si queremos obtener las amplitudes de los armónicos,

$$\tilde{\mathcal{S}}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{S}[n] e^{-i\left(\frac{2\pi}{N}\right)kn}$$

La transformación aquí definida, llamada serie discreta de Fourier, cumple con las mismas propiedades que la transformada de funciones. Es interesante resaltar que esta función está definida para todo k, teniendo además período N.

Cuando lo que se tiene es una serie de datos S[n] de longitud N y no periódica, lo que se hace es un pequeño arreglo. Se define una nueva serie: $\tilde{S}[n] = S[n\%N]$ donde % denota la operación n módulo N. La nueva serie así definida $\tilde{S}[n]$ sí que es periódica e infinita.

Sobre la nueva serie ya se puede calcular la serie discreta de Fourier correspondiente $\tilde{S}[k]$. Llamaremos transformada discreta de Fourier a:

$$\mathcal{S}[k] = \begin{cases} \tilde{\mathcal{S}}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{S}[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{S}[n] W_N^{kn} & 0 \le k \le N, \\ 0 & k < 0, k > N. \end{cases}$$

donde se ha utilizado la nomenclatura usual $W_N^{kn} = e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}$.

Normalmente, lo que se hace es reordenar la serie $\tilde{S}[k]$ de forma que esté definida en el intervalo $-N/2 \leq k \leq N/2 - 1$. Se definen así los valores de k positivos y negativos, teniendo el sistema N/2 como frecuencia más alta. Este hecho es lógico, porque la variación más rápida que se puede obtener es aquella en que los puntos pares de la serie de datos tengan un valor y los impares otro: frecuencia N/2. Si se intenta aumentar, sólo se puede obtener el mismo valor para todos los puntos: frecuencia 0.

Definiendo así la transformada discreta de Fourier, y extendiéndola a dos dimensiones, se puede aplicar al procesado de imágenes digitalizadas y de diagramas bidimensionales. Pero, para realizar el cálculo de estas transformadas, no se calculan directamente los términos de la serie, sino que se utilizan rutinas optimizadas que se conocen globalmente como transformadas rápidas de Fourier.

No obstante todo lo dicho, existe un conjunto de problemas asociados a la extensión de la serie finita no periódica a la serie infinita periódica que conviene resaltar.

A.1.1 Utilización de ventanas

Como se puede ver en la figura A.1, en (a) tenemos un ejemplo de señal finita. Para realizar la transformada de Fourier, construimos la señal (c). Y ahí está el problema. Para conseguir una señal periódica se "empalman" dos valores,



Figura A.1: Error acumulado en la frontera por filtro pasa-baja. a) Señal original. b) Señal ideal a recuperar. c) Señal tal como la ve la rutina de FFT. d) Señal filtrada: —Señal recuperada.— – Señal ideal. Se puede apreciar que el error se acumula en las fronteras.

el final de la señal con su principio, que no tienen por qué ser iguales. Es más, pueden ser tremendamente dispares. Expresándolo de otra forma, lo normal será que en el punto de unión entre los períodos se obtenga una "derivada" local muy alta. (Ponemos "derivada" entre comillas porque estamos tratando con series discretas.) Si pasamos al plano de frecuencias, esto significa que son precisas frecuencias altas, pues sólo así se pueden lograr derivadas espaciales altas (serán proporcionales a la frecuencia k). Por tanto, aparece un problema de potenciación de las frecuencias altas como consecuencia de la repetición de la señal original.

Este problema se conoce ya desde que se empezó a trabajar con señales discretas en el plano de Fourier. Hay múltiples formas de evitarlo, siendo lo normal aplicar una ventana en el espacio real. Esto significa que se multiplica la señal original, de duración finita, por una función que, en el caso ideal, para los extremos de la señal toma valor 0 y derivada 0. Realmente, el hecho de haber restringido la serie infinita a una longitud T, ya significa haber aplicado una ventana rectangular de longitud T. De una forma más precisa, sea $S_{\infty}(t) = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} s(t)$ una señal experimental discreta que toma valores para todo t. Por el mero hecho de medirla en un período T, lo que obtenemos es:

$$S(t) = \sum_{t=0}^{T} s(t) = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot w_{rect}(t)$$

donde $w_{rect}(t)$ es la función ventana rectangular, que toma los valores 1, si $0 \le t \le T$ y 0 para todos los demás casos.

La transformada de Fourier de una función rectángulo de este tipo es:

$$T.F.[w_{rect}(t)] = 2 \frac{\operatorname{sen}(T\omega)}{\omega}$$

por lo que cuando calculemos la transformada de Fourier de la serie truncada, obtendremos:

$$T.F.[S(t)] = T.F.[S_{\infty}(t) \cdot w_{rect}(t)] = \mathcal{S}(\omega) \otimes 2\frac{\operatorname{sen}(T\omega)}{\omega}$$

Es decir, obtendremos el producto de convolución de las transformadas de la señal que queremos y de la ventana que apliquemos.



Figura A.2: Ventanas en el espacio real: a.1) Rectangular, a.2) Bartlett, a.3) Hamming, a.4) Hanning, a.5) Blackman, b.1) Kaiser con $\beta = 0$, b.2) Kaiser con $\beta = 3.86$, b.3) Kaiser con $\beta = 4.86$, b.4) Kaiser con $\beta = 7.04$.

Y aquí es donde se vuelve crucial la elección del tipo de ventana, según el destino de la transformada. Las ventanas más comunes son la rectangular, Hamming, Hanning, Bartlett, Parzen, Kaiser y Blackman, entre otras muchas. Las características que más van a influir a la hora de elegirlas van a ser la anchura del pico central, y la amplitud y separación de los picos laterales. Si lo que se desea es precisión a la hora de determinar la posición de un pico en el espacio de Fourier, la ventana con el pico central más estrecho es la ventana rectangular. Si lo que se desea es una mayor precisión en la amplitud de cada frecuencia, o se desea hacer un filtrado de baja frecuencia, es mejor utilizar una ventana con lóbulos laterales pequeños. En la tabla A.I. aparecen



Figura A.3: Ventanas en el espacio de Fourier: a) Rectangular, b) Bartlett, c) Hanning, d) Hamming, e) Blackman, f) Kaiser con $\beta = 3.86$, g) Kaiser con $\beta = 4.86$, h) Kaiser con $\beta = 7.04$.

		Amplitud		Coeficiente	Anchura
Ventana		relativa	Anchura	β	lóbulo princ.
		1 ^{er} lóbulo	lóbulo	Kaiser*	Kaiser [*]
Nombre	Ecuación	(en dB)	principal	equivalente	equivalente
Rectangular	f(n) = 1	-13	$4\pi/N$	0	$1.81\pi/N$
Bartlett	$f(n) = 1 - \left \frac{n - N/2}{N/2}\right $	-25	$8\pi/N$	1.33	$2.37\pi/N$
Hanning	$f(n) = 0.5 - 0.5\cos(\frac{2\pi}{N}n)$	-31	$8\pi/N$	3.86	$5.01\pi/N$
Hamming	$f(n) = 0.54 - 0.46\cos(\frac{2\pi}{N}n)$	-41	$8\pi/N$	4.86	$6.27\pi/N$
Blackman	$f(n) = 0.42 - 0.5 \cos(\frac{2\pi}{N}n)$	-57	$12\pi/N$	7.04	$9.19\pi/N$
	$+0.08cos(\frac{4\pi}{N}n)$				
* Ventana Kaiser: $f(n) = I_0 \left(\beta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n - N/2}{2}\right)^2}\right) / I_0(\beta)$					

* Ventana Kaiser: $f(n) = I_0 \left(\beta \sqrt{1 - \left(\frac{n - N/2}{N/2}\right)^2}\right) / I_0(\beta)$

Tabla A.1: Propiedades de las ventanas aplicadas a una serie de datos de longitud N.

caracterizadas las ventanas más comunes, en la figura A.2. su forma en el espacio real y en la figura A.3. su forma en el espacio de Fourier.

A lo largo de este experimento, se ha utilizado mayoritariamente una ventana tipo Kaiser con un factor β de 7.04. Con ello se llega a un compromiso en cuanto a anchura del pico y medición de amplitudes. En la figura A.4. se puede ver un ejemplo de la importancia de utilización de ventanas en un caso de demodulación compleja de una señal sinusoidal pura de amplitud constante e igual a 1. Se aprecia claramente que en el caso de aplicar la ventana, la señal obtenida se acerca bastante más a la realidad que en el caso de no utilizarla. En la figura se obtiene un valor para la amplitud de 0.5 porque se aplica la demodulación a uno de los dos picos que producen la señal real. Cada uno de estos picos contribuye a la mitad, luego deben de tener altura $0.5 = \frac{1}{2}$.

En el caso de aplicar una ventana rectangular, se obtienen errores del orden del 10 % en la amplitud para el 40 % de la señal. Para el caso de la ventana Kaiser con $\beta = 7.04$ el error permanece por debajo del 1 % en la amplitud para más del 90 % de la señal.



Figura A.4: Ejemplo de demodulación (1) sin utilizar y (2) utilizando una ventana tipo Kaiser con $\beta = 7.04$. El caso ideal corresponde a un valor de la amplitud constante e igual a 0.5 para todos los puntos.

A.1.2 Filtrado de baja frecuencia

Pero eso no es todo. Si en el plano de Fourier se aplica al sistema un filtro pasa-baja, se crea un problema similar: ahora, la señal recuperada al antitransformar es periódica perfecta (línea continua en la figura A.1.(d)). Se ha borrado toda memoria de la discontinuidad en la frontera. Se ve en la figura la diferencia entre la señal ideal (-) y la obtenida (-), así como los rangos de valores de n en los que la señal está falseada. Por ello, a lo largo de todos los filtrados realizados para demodular las amplitudes, se ha tenido en cuenta este hecho, despreciando los bordes de las imágenes así obtenidas en mayor o menor medida según el radio del filtrado.

Además, es preciso que el filtro utilizado tenga los bordes suaves (no sea una función escalón). Principalmente, por el hecho de que si no, al antitransformar, recuperaremos una señal convolucionada con una función $\operatorname{sen}(x)/x$. A lo largo del presente experimento, se han utilizado mayoritariamente los filtros tipo butterworth y exponencial que aparecen representados en la figura A.5.

Para el caso de transformadas en dos dimensiones, y una frecuencia de corte ω_{corte} , estos filtros se definen como:

$$f_{butterworth}(\omega) = \frac{1}{1 + 0.414 \left(\sqrt{\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2}{\omega_{corte}^2}}\right)^{2 \times orden \, del \, filtro}}$$
$$f_{exponencial}(\omega) = \exp\left\{-0.347 \left(\sqrt{\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2}{\omega_{corte}^2}}\right)^{orden \, del \, filtro}\right)^{2 \times orden \, del \, filtro}$$

En la mayor parte de los casos se ha utilizado un butterworth de orden 6, que deja pasar las frecuencias por debajo de un 75% de la de corte con una distorsión menor del 1%.



Figura A.5: Filtros pasa-bajos utilizados en el espacio de frecuencias: a) tipo butterworth y b) tipo exponencial.

En el apéndice C se pueden ver los diagramas de flujo utilizados para realizar los filtrados. Para un tratamiento más detallado acerca de sistemas de procesado de señales basados en la transformada de Fourier, ver principalmente las referencias [45, 46, 47, 48], y en especial "Discrete-time signal processing" de Oppenheim y Schafer.

Apéndice B Filtrado espacial

Como ya se ha dicho varias veces a lo largo del presente trabajo, la señal que a través del sistema óptico de observación llega al ordenador (ver sección 2.1) nos proporciona información no sólo del experimento que queremos analizar, sino que también nos informa de cómo es el sistema que estamos utilizando. Por ello, antes de registrar las series temporales que nos revelarán la dinámica del proceso, se hace necesario realizar algún filtrado que deje pasar sólo la información de interés, que es la que proviene de la celda. A la información desprovista de interés es a lo que vamos a llamar ruido. A lo largo de éste apéndice se pretende mostrar la base teórica que justifica el porqué del tipo de filtrado elegido.

En la figura A.1 se muestra muy esquematizado el sistema observacional utilizado. Se ha definido un sistema de ejes en cada sistema atravesado por el haz de luz, para hacer más fácil el tratamiento (por consiguiente, el sistema de referencia definido en la sección 1.2 deja de tener validez). La dirección en la que viaja la luz se ha tomado como eje Z.

Supongamos que la distribución de luz original es una gaussiana. En el caso de iluminación con haz láser esto es exacto, pues es un láser cuyo modo excitado es el TEM₀₀ en He-Ne (632.8 nm) de 5 mW de potencia. En el caso de la iluminación con luz blanca, no es exacto, pero para el tratamiento que viene a continuación es válido. Llamaremos a esta distribución

$$L(x,y) = exp\left[-\left(\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{\sigma^2}\right)^{1/2}\right],$$
 (B.1)

siendo $x_0 e y_0$ las coordenadas del punto central de la gaussiana en el plano XY de salida del expansor de haz (fig. A.1) y σ la distancia del punto (x_0, y_0) a la que la intensidad de la luz decae hasta $\frac{1}{e}$. A lo largo de este apéndice se supone que el haz que utilizamos como iluminación se comporta como un frente plano. Esta aproximación es válida aún utilizando un haz gaussiano porque usamos la parte central del haz, que es básicamente una "onda plana."



Figura B.1: Sistema de ejes utilizado en cada plano del sistema de observación

En estas condiciones, cuando el haz de referencia atraviese un sistema físico, su distribución de amplitud y de fase se ve deformada. Esta deformación se produce de forma que se puede expresar como una función propia del sistema atravesado (la función de transferencia) que modula la señal de entrada. Matemáticamente este efecto se traduce en que la señal a la salida de un sistema determinado, $T(\xi, \eta)$, vendrá dada por:

$$T(\xi,\eta) = L(\xi,\eta) \cdot O(\xi,\eta,t) \tag{B.2}$$

donde $O(\xi, \eta, t)$ es la función de transferencia del sistema y $L(\xi, \eta)$ es el haz de referencia o de entrada. Hay que resaltar que la función de transferencia de un sistema no tiene en principio que ser constante, sino que puede variar en el tiempo.

En particular, volviendo al experimento, $O(\xi, \eta, t)$ hace el papel de función de transferencia del sistema convectivo (el interior de la celda). Esta distribución de luz se propagará y alcanzará la pantalla (ver figura A.1), es decir, el plano X'Y'. En particular, teniendo en cuenta el teorema de Helmholtz-Kircchoff, es posible demostrar que el haz de luz T, al alcanzar la pantalla, sigue recordando que es producto de dos funciones, que proceden de sistemas físicos independientes. Por lo tanto, la nueva distribución de luz que llegará al plano X'Y' podrá escribirse como producto de dos funciones que sólo dependen, una, de la fuente de luz original, y otra, del fluido atravesado. Una pantalla ideal transmitiría una intensidad de luz proporcional al haz de llegada, con una constante de proporcionalidad independiente del tiempo y de la posición espacial. En una pantalla real la luz no se transmite igual por todos sus puntos, aunque en general un mismo punto tiene una transmitancia constante en el tiempo. Por lo tanto, en la pantalla tendremos:

$$P(x',y') = |L(x',y') \cdot O(x',y',t)|^2 \cdot k(x',y')$$
(B.3)

donde hemos supuesto que la transmitancia de la pantalla utilizada es constante en t.

Como última fuente óptica de ruido habría que tener en cuenta los sistemas ópticos que ayudan a dirigir y enfocar el haz de luz de referencia, tales como expansores, espejos, objetivo de la cámara, etc. Pero, las funciones de transferencia de tales sistemas tienen como único efecto —salvo aberraciones introducir frecuencias de corte espaciales, que sólo afectan a la resolución. En este caso trabajamos a muy bajas frecuencias espaciales, con lo que no es de esperar que su efecto distorsionador de la señal afecte a las medidas realizadas.

La última fuente de ruido es el producido por los sistemas electrónicos, principalmente la cámara CCD. No obstante, éste tipo de ruido se diferencia del producido por sistemas ópticos en que es de tipo aditivo. Con todo esto la señal recibida en el ordenador quedará como:

$$C(x_f, y_f, t) = |L(x_f, y_f) \cdot O(x_f, y_f, t)|^2 \cdot k(x_f, y_f) + R(x_f, y_f, t)$$
(B.4)

donde $R(x_f, y_f, t)$ es el ruido producido por la cámara. Esta señal es la que nosotros tenemos accesible y que ahora podemos procesar y tratar de la forma más conveniente para recuperar la señal original (que, recordemos, nos la proporciona la función $O(x_f, y_f, t)$).

Para conseguirlo, es necesario que la función $O(x_f, y_f, t)$ sea ergódica, porque en ese caso su promedio temporal será constante en todos los puntos del plano $X_f Y_f$ (o lo que es lo mismo, equivalente a su promedio espacial). Supondremos además que el ruido electrónico es lo suficientemente pequeño comparado con el resto de la señal de modo que puede ser despreciado. (Aunque no fuera despreciable todavía se podría eliminar haciendo un promedio temporal rápido, pues el ruido electrónico tiene una frecuencia mucho más rápida que los sucesos convectivos. La función R se transformaría entonces en una constante N cuyo sólo efecto sería desplazar el umbral de la señal.) Por ello, si hacemos un promedio temporal de los datos recibidos, nos quedará:

$$\overline{C(x_f, y_f, t)} = \overline{|L(x_f, y_f) \cdot O(x_f, y_f, t)|^2 \cdot k(x_f, y_f) + R(x_f, y_f, t)}$$
(B.5)

$$\sim |L(x_f, y_f) \cdot M|^2 \cdot k(x_f, y_f)$$
 (B.6)

donde M es una constante que no depende ni de la posición espacial ni del instante de tiempo. A la función $\overline{C(x_f, y_f, t)}$ le llamaremos fondo, pues lleva información únicamente de la distribución de luz original y de la transmitancia de la pantalla. Si dividimos entre sí las ecuaciones B.4 y B.6, nos queda (despreciando el ruido electrónico):

$$F(x_f, y_f, t) = \frac{C(x_f, y_f, t)}{\overline{C(x_f, y_f, t)}} = \left| \frac{O(x_f, y_f, t)}{M} \right|^2$$
(B.7)

donde $F(x_f, y_f, t)$ es una función que sólo aporta información de la celda convectiva. Básicamente, es la misma función $O(x_f, y_f, t)$, pero reescalada. Es fácilmente calculable que el contraste de esta imagen es el máximo posible conservando completa la información, puesto que el factor M no influye a la hora del cálculo.

Todo este proceso puede llevarse a cabo a tiempo real en un ordenador conforme se van adquiriendo datos, siempre que ésta toma no sea demasiado rápida. En el apéndice C, sección C.2, aparece el diagrama de bloques del software implementado para este experimento. Un aspecto a tener en cuenta a la hora del desarrollo del software es que antes de realizar los cálculos se hace necesario una conversión de enteros (que es como llegan las imágenes digitalizadas) a números en coma flotante. De otra forma, se perdería mucha resolución en tonos de gris, desaprovechándose el efecto del filtrado. No obstante, a la salida del filtrado hay que volver a realizar una conversión de flotante a entero, para que los datos puedan ser reinterpretados como una imagen. Al realizar dicha conversión recuperamos una información que ya sólo depende de $O(x_f, y_f, t)$:

$$256 \times \frac{R(x_f, y_f, t) - R_{min}}{R_{max} - R_{min}} \to 256 \times \frac{|O(x_f, y_x, t)|^2 - |O|_{min}^2}{|O|_{max}^2 - |O|_{min}^2} \to Imagen (B.8)$$

No obstante, hay que tener en cuenta que un filtrado de este tipo sólo es válido si la señal $O(x_f, y_f, t)$ es ergódica. Por ello, si la estructura que aparece en el experimento es estacionaria en el tiempo, o el período característico de su dinámica es mayor que el tiempo del promedio temporal, este filtrado no es válido. En ese caso hay que recurrir a otro tipo de filtrados a posteriori (no a tiempo real), como por ejemplo tratamiento con FFT en 2D.

En el capítulo 2 (sección 2.1.1) puede verse el efecto de un filtrado sobre una imagen tomada en tiempo real.

Para obtener más información sobre teoría difraccional de la imagen, tratamiento digital de la misma, o funciones de transferencia características, pueden resultar de utilidad las referencias [41, 42, 43, 44].

Apéndice C

Diagramas de bloques de los filtrados





Diagrama de bloques 3: sistema de demodulación compleja



Bibliografía

- [1] I. Newton, "El sistema del mundo," Alianza Editorial, Madrid (1983).
- [2] S. F. Mason, "Historia de las ciencias, 1-5," Alianza Editorial, Madrid (1986).
- [3] A. Einstein, "Mis ideas y opiniones," Antoni Bosch, Barcelona (1983).
- [4] H. Poincare, "Sciences et méthods," Flammarion (1908).
- [5] P. Berge "Le chaos," Collection CEA, Eyrolles Eds., Paris (1989).
- [6] E.N. Lorenz, Journal of Atmospheric Sciences **20** (1963) 130.
- [7] W. Prout, Bridgewater Treatises 8 (1834) 65.
- [8] M.P. Czermak, Wied. Ann. L (1893) 329.
- [9] W. von Bezold, *Wied. Ann.* **XXIV** (1885) 569.
- [10] H. Bénard, Rev. Gen. Sciences Pures & Appl. 11, (1900) 1261.
- [11] H. Bénard, Ann. de Chim. et de Phys. 23 (1901) 62.
- [12] H. Bénard, Academie des sciences, séance du 14 Nov. 1927.
- [13] Lord Rayleigh, Proc. R. Soc. London Ser. A **93** (1916) 148.
- [14] J.R. Pearson, J. Fluid Mech. 4 (1958) 489.
- [15] D.A. Nield, J. Fluid Mech. **19** (1964) 341.
- [16] C. Normand, Y. Pomeau y M. García Velarde, Rev. Mod. Phys., 49 (1977) 581.
- [17] S. Chandrasekhar "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability," Clarendon Press Oxford University Press, Oxford (1970).
- [18] M.C. Cross y P.C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65** (1993) 851.
- [19] M.K. Smith y S.H. Davis, J. Fluid Mech. 132 (1983) 119. Para una más amplia bibliografía consultar la tesis doctoral de A. Garcimartín, Universidad de Navarra (1994), realizada sobre calentamiento lateral.
- [20] G.Z. Gershuni, P. Laure, V.M. Myznikov, B. Roux y E.M. Zhukhovitsky, *Microgravity Q.* 2 (1992) 142.
- [21] P. Parmentier, V. Regnier y G. Lebon, Int. J. Heat Mass Transfer 36 (1993) 2417.

- [22] D. Villers y J.K. Platten, J. Fluid. Mech., 234 (1992) 487.
- [23] F. Daviaud y J.M. Vince, *Phys. Rev. E* 48 (1993) 4432.
- [24] A. Ezersky, A. Garcimartín, J. Burguete, H.L. Mancini y C. Pérez-García, Phys. Rev. E, 47 (1993) 1126.
- [25] A. Ezersky, A. Garcimartín, H.L. Mancini y C. Pérez-García, Phys. Rev. E 48 (1993) 4414.
- [26] W. Kayser y J. Berg, J. Fluid Mech., 57 (1973) 739.
- [27] R. Anthore, P. Flament, P. Gouesbet, M. Rhazi y M.E. Weill, Appl. Optics, 21 (1982) 2.
- [28] M. E. Weill, M. Rhazi y G. Gouesbet, J. Physique, 46 (1985) 1501.
- [29] E. Ringuet, *Tesis doctoral*, Universidad de Rouen (1994).
- [30] E. Ringuet, S. Meunier-Guttin-Cluzel, C. Rozé y G. Gouesbet, J. Phys. II France 4 (1994) 1243.
- [31] E. Ringuet, C. Rozé y G. Gouesbet, *Phys. Rev. E* 47 (1993) 1405.
- [32] C. Rozé, G. Gouesbet y R. Darrigo, J. Fluid Mech. 250 (1993) 253.
- [33] M. Vince y M. Dubois, *Europhys Lett*, **20** (1992) 505.
- [34] M. Dubois, F. Daviaud, O. Ronsin y P. Bergé, "New Trends in Nonlinear Dynamics: Non Variational Aspects," C. Pérez-García ed., *Physica D*, 61 (1992) 140.
- [35] P. Manneville "Structures disipatives et turbulence," Aléa Saclay Eds., (1990).
- [36] F. Busse, *Rep. Prog. Phys.*, **41** (1978) 1929.
- [37] R. Feynman, "Física," Vol. II, Cap. 11, Addison Wesley Iberoamericana (1972).
- [38] S. Ciliberto, F. Francini y F. Simonelli, Optics Commun., 54, (1985) 381.
- [39] L. Hesselink, Ann. Rev. Fluid Mech. 20, (1988) 421.
- [40] G.K. Bachelor, "An introduction to fluid dynamics," Cambridge University Press (1967).
- [41] M. Françon, "Optique, Formation et Traitement des Images," Masson, Paris (1972).
- [42] T. S. Huang, "Bandwith Compression of Optical Images," Progress in Optics X, North Holland (1972).
- [43] A. Marechal, "Diffraction, Structure des Images," Masson, Paris (1970).
- [44] M.P. Ekstrom "Digital Image Processing Techniques," Academic Press Inc., New York (1984).
- [45] A.V. Oppenheim y R.W. Schafer "Discrete-time Signal Processing," Prentice Hall International Inc., New Jersey (1984).

- [46] J.M. Sanz-Serna, "Fourier techniques in numerical methods for evolution problems," Dpto. Matemática Aplicada y Computación, Universidad de Valladolid, Report 1994/10 (1994).
- [47] P.R. Wallace, "Mathematical analysis of physical problems," Dover Public. Inc., New York (1984).
- [48] P. Bloomfield "Fourier analysis of time series: an introduction," John Wiley & Sons Eds., New York (1965).
- [49] P. Kolodner y H. Williams, "Nonlinear evolution of spatio-temporal structures in dissipative continuous systems" pp. 73-91, F.H. Busse y L. Kramer eds., Plenum Press, New York, 1990.
- [50] P. Kolodner, comunicación privada.
- [51] M. Mundrane y A. Zebib, *Phys. Fluids A*, 5, (1993), 810.
- [52] C.D. Andereck, S.S. Liu y H. Swinney, J. Fluid Mech. 164 (1986) 155.
- [53] P. Coullet y G. Iooss, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 866.
- [54] J.M. Vince, *Tesis Doctoral*, Universidad de Paris 7 (1994).
- [55] H. Mancini, *Tesis Doctoral*, Universidad de Navarra (1994).
- [56] P. Bergé y M. Dubois, "Systems far from equilibrium," L. Garrido ed., Springer-Verlag (1980).
- [57] L. Landau, C. R. Acad. Sci. URSS 44 (1944) 311.
- [58] J. Lega, *Tesis doctoral*, Universidad de Niza (1989).
- [59] G.W. Baxter, K.D. Eaton y C.M. Surko, *Phys. Rev. A* remitido en 1992.
- [60] P. Kolodner, Phys. Rev. A *preprint* Enviado Abril 1992.
- [61] J.P. Eckmann, Th. Gallay y C.E. Waine "Phase Splips and the Eckhaus Instability."
- [62] T. Passot y A.C. Newell, *Physica D* **74** (1994) 301.
- [63] Y. Pomeau y P. Manneville, J. Phys. Lett., 40 (1979) 609.
- [64] H.R. Brand, "Phase dynamics a review and a perspective," en Propagation in Systems Far from Equilibrium, J.E.Wesfreid y col. eds., p. 206, (Springer-Verlag, Berlin) 1988.
- [65] M.C. Cross y A.C. Newell, *Physica D* **10** (1984) 299.
- [66] P. Coullet, C. Elphick, L. Gil y J. Lega, *Phys. Rev Lett.* **59** (1987) 884.
- [67] P. Coullet y S. Fauve, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 2857.
- [68] D. Maza-Ozcoidi, J. Burguete, H.L. Mancini y C. Pérez-García, Int. Journal of Bif. and Chaos Octubre (1994) XXX.
- [69] D. Maza Ozcoidi, "Defectos en inestabilidades unidimensionales," Trabajo de investigación, Universidad de Navarra (1994).

- [70] J. Burguete, H.L. Mancini y C. Pérez-García, Europhys. Lett., 23 (1993) 401.
- [71] Y. Pomeau, (comunicación privada).

Resumen

En el presente trabajo se describe el estudio experimental de la dinámica de un fluido puro en una convección de Bénard-Marangoni con calentamiento localizado. La convección comienza produciendo rollos paralelos al calefactor, que configuran una estructura primaria de características similares a las de otros experimentos realizados con calentamiento lateral.

Cuando la diferencia de temperatura ΔT entre el fondo y el aire sobrepasa un cierto valor crítico, se crea una inestabilidad secundaria. En estas condiciones, se pueden observar movimientos perpendiculares al calentador con una longitud de onda λ , definiéndose una nueva estructura convectiva. Ésta presenta su propia dinámica en función de los parámetros de control. Se demuestra que la dinámica así obtenida puede ser descrita completamente mediante una sola variable espacial, y se compara con la clasificación realizada por Coullet y Iooss.

Se describen dinámicas a dos escalas de tiempos que indican la coexistencia de fenómenos creados por la difusión viscosa y la difusión térmica. Asímismo, se estudian defectos de fase puntuales que aparecen en el sistema, y defectos del tipo fuente y sumidero.

Se realizan medidas complementarias de velocidades y temperatura para explicar cuál es el mecanismo físico involucrado en este sistema.

Abstract

The experimental study of the dynamics of a pure fluid in a Bénard-Marangoni convection with localized heating is presented. The convection begins with two rolls parallel to the heating device, forming a primary structure whose main features are similar to those of other lateral heating experiences.

When the temperature difference ΔT between the air and the heater is increased beyond a critical value, a secondary instability appears. Under this circompstances, perpendicular mouvements to the heater with a very well defined wavelength λ can be observed, which defines a convective pattern. This pattern shows his own dynamics, depending on the values of the control parameters. This dynamics can be completly described by means of only one spatial variable, and is compared with Coullet and Iooss classification of one-dimensional systems.

Two dynamics with different time-periods are presented, showing simultaneous processes involving viscous diffusivity and thermal diffusivity. Also phase defects are presented and described.

Complementary velocity and temperature measurements are done to understand the physical mechanism underlying this system.