

Defectos en Estructuras convectivas de Bénard-Marangoni

Trabajo de investigación presentado por
Sergio F. Casado Carlino

Septiembre de 2000

Departamento de Física y Matemática Aplicada
Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra
Pamplona

Índice General

Agradecimientos.	1
Prólogo.	3
1 Introducción.	5
1.1 El patrón convectivo de Bénard-Marangoni.	5
1.2 El modelo teórico.	11
1.3 Defectos	14
1.4 Resultados anteriores	15
2 Técnicas experimentales.	17
2.1 Fluido utilizado.	17
2.2 Celda convectiva.	18
2.3 Sistema de observación.	19
2.4 Medidas locales de temperatura y flujo de calor.	21
2.5 Proceso de medida.	21
3 Tratamiento de Datos.	25
3.1 Procesado de las imágenes.	25
3.2 Recuento de Defectos.	28
3.3 Análisis estadístico	30
4 Resultados y discusión.	33
5 Conclusiones.	39

Agradecimientos.

En primer lugar, quiero agradecer a mis directores, Héctor L. Mancini y Wenceslao González Viñas. Gracias a ellos ha sido posible realizar este trabajo. Wenceslao me ha explicado desde sus orígenes (ya que no había tenido materias específicas sobre el tema) la mecánica de fluidos, y siempre ha estado dispuesto a resolver toda duda que se me presentara, con mucha paciencia y capacidad. Con Héctor la relación ha sido distinta, más espaciada por cuestión de tiempo, pero no por eso menos valiosa, mostrándose también siempre dispuesto a resolver dudas o simplemente a escuchar consultas, no sólo referentes a la física.

Ellos han aportado a mi formación de investigador (en curso, por supuesto), pero no han sido los primeros. Daniel O. Cortázar me ha guiado en mis primeros pasos en un laboratorio, con él también he compartido un tiempo muy rico en aprendizaje en el Laboratorio de Láser de la Universidad Nacional de Mar del Plata, acompañados por toda la gente del departamento de Física de la Facultad de Ingeniería.

No pueden faltar en estos agradecimientos los miembros del departamento de Física y Matemática Aplicada de la Universidad de Navarra, cada uno me ha aportado su ayuda, conocimiento y/o compañía a lo largo de éste trabajo. Con Diego Valladares he discutido sobre cuestiones estadísticas, Javier Burguete ha sido siempre un auxilio a mano para cualquier duda sobre la transformada de Fourier, al igual que Diego Maza y Ángel Garcimartín en cuestiones de laboratorio y Carlos Pérez-García en las dudas teóricas. Con los ayudantes pasados, presentes y futuros he compartido muy buenos momentos: Blas Echevarría, Miguel Angel Pelacho, María Luisa Ramón, Andrea Vallone, Begoña Peña, Santiago Madruga, Cecilia Wolluschek, Alejandro Godoy, Carolina Mendoza, Montserrat Miranda y Santiago de San Román. Y también con Pedro Elizalde, María José Collados, Stefano Boccaletti, Carmen Palacios, Ana Mancho, María Jesús Chasco, Inés Pérez Mariño, Antonio Peláez y Emilio Diaz Calavia.

A la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra, que con su aporte

económico me ha hecho posible el estar aquí.

Agradezo de un modo especial a Diana, que siempre a estado a mi lado y me ha brindado todo y muchas veces ha sido la perjudicada por el tiempo invertido en este trabajo. A mi familia, a los que están en Argentina y en Venezuela, y a mis amigos.

Prólogo.

La formación de patrones[1], estructuras con una cierta regularidad o simetrías, ha sido objeto de estudio de numerosos trabajos en los últimos años en física. Cuando se pretende estudiar la dinámica de estos sistemas, en muchos casos se encuentra que las estructuras contienen zonas en las cuales se pierde la regularidad. Estas zonas son llamadas genéricamente “defectos”, nombre que está de acuerdo con nuestra intuición, ya que justamente se trata de una irregularidad.

En este trabajo se estudia experimentalmente la aparición de defectos en un caso particular: la formación de una estructura. El sistema elegido consiste en una celda convectiva de Bénard-Marangoni, sistema con el que se está familiarizado en el laboratorio en donde se llevaron a cabo los experimentos, y que tiene características que no sólo lo hacen adecuado para este fin, sino que aventaja a otros sistemas en los que se ha realizado este experimento principalmente en la relativa facilidad con que se puede visualizar el patrón existente, tal como se muestra en la figura 1.

Varios factores relacionados con características de la transición entre el estado homogéneo y la estructura se ponen de manifiesto en este estudio. Explicaremos como entran en juego estos factores en base a un modelo desarrollado por Kibble[2] y Zurek[3]. Diferentes trabajos han sido realizados con la intención de confirmar este modelo en sistemas dispares como lo son los superfluidos, cristales líquidos o láseres. Este trabajo aporta novedad principalmente al haber variado un parámetro constante en todos los experimentos anteriores, el tiempo característico del sistema, mediante la elección de fluidos con diferente viscosidad. También es importante destacar que en nuestro caso los defectos no se corresponden con ceros del campo, como sucede en los experimentos realizados con anterioridad, ya que la estructura básica se compone de tres modos y son únicamente dos los que tienen una amplitud cero en el defecto.

El objetivo de este trabajo es aplicar el modelo antes citado al sistema convectivo de Bénard-Marangoni, estudiando su validez y comparando los exponentes

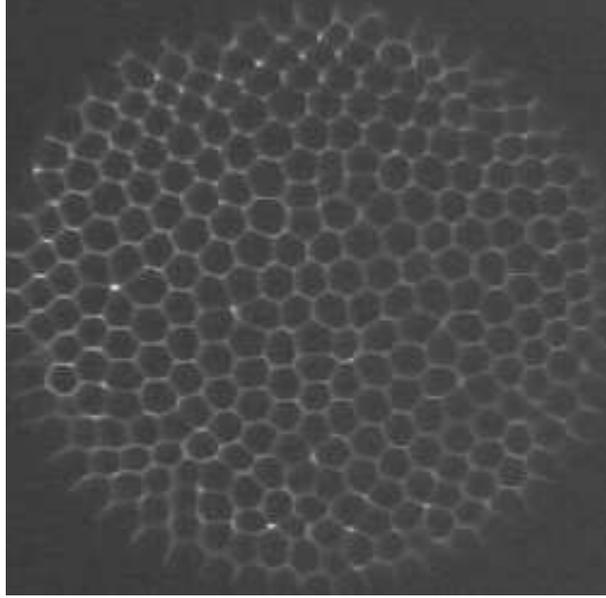


Figura 1: Patrón hexagonal correspondiente a la convección de Bénard-Marangoni. Las zonas no regulares se deben a que no es estacionario, como la mayoría de las estructuras que estudiaremos en este trabajo.

medidos con los predichos. Para esto se han hecho medidas estadísticas de la densidad de defectos $\rho = \frac{N_{defectos}}{N_{poligonos}}$ como función del tiempo empleado en cruzar la bifurcación para tres viscosidades diferentes.

Capítulo 1

Introducción.

En este primer capítulo se hace una breve introducción al sistema de Bénard-Marangoni, al concepto de defecto y al modelo teórico propuesto por Zurek, así como también una descripción de los resultados anteriores. Aunque la extensa fenomenología del problema de Bénard-Marangoni no debiera influir en los resultados de este trabajo según los modelos teóricos existentes, se hace necesaria una pequeña introducción para que, tanto desde el punto de vista experimental como del teórico se comprendan algunos hechos plasmados en los capítulos siguientes.

1.1 El patrón convectivo de Bénard-Marangoni.

Los patrones observados a lo largo de todo este trabajo corresponden a una celda convectiva de Bénard-Marangoni. El primero en estudiarlos fue Bénard [4] en el año 1900, cuando realizó experimentos calentando por debajo aceite de ballena. En este apartado se explicará cómo se origina tal estructura, consecuencia del efecto desestabilizador del empuje de Arquímedes en conjunto con los de la tensión superficial, frente a los efectos estabilizadores dados por la disipación térmica y viscosa. La forma de presentar esta sección es más bien esquemática, por lo que si se quiere profundizar en el tema se sugiere acudir a [5] para un tratamiento teórico mucho más riguroso.

Analicemos qué factores entran en juego cuando una capa de fluido de profundidad h es sometida a una diferencia de temperatura vertical.

Un primer efecto es la estratificación del fluido en capas de diferentes densidades según las distintas temperaturas. Si una esfera de fluido sufre una fluctuación en su posición, subiéndola un δh , habrá desplazado a otra esfera con una densi-

dad mayor¹, por lo que sufrirá un empuje de Arquímedes mayor a su peso, que propiciará que este movimiento continúe. Un mecanismo similar existe cuando una fluctuación aumenta la temperatura de una parte del fluido, ya que de nuevo al disminuir su densidad se rompe el equilibrio entre el peso y el empuje, siendo mayor este último. De forma análoga se pueden analizar las fluctuaciones inversas correspondientes a descensos de altura o a disminuciones en la temperatura, los cuales provocarán movimientos de sentido contrario que también se verán amplificados.

Las variaciones de la densidad con la temperatura se pueden considerar en una primera aproximación como:

$$\rho(T) = \rho_0(1 - \alpha\Delta T) \quad (1.1)$$

donde α es el coeficiente de dilatación volumétrica. La fuerza correspondiente por unidad de volumen es:

$$F_a = \rho_0 g \alpha \Delta T \quad (1.2)$$

por lo que una gota de fluido, con la única presencia de esta fuerza, tardará en recorrer una distancia h un tiempo del orden de

$$T_a = \left(\frac{h}{F_a / \rho_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{h}{g \alpha \Delta T} \right)^{1/2} \quad (1.3)$$

El segundo efecto se debe a la variación de la tensión superficial con la temperatura. Esta variación provoca un desplazamiento del fluido desde las zonas calientes a las frías. A primer orden se puede considerar:

$$\sigma = \sigma_0 - \sigma' \Delta T \quad (1.4)$$

mientras que la fuerza por unidad de longitud se puede escribir como:

$$F_s = \sigma' \Delta T \quad (1.5)$$

Al igual que en el mecanismo anterior, podemos asociar esta fuerza a un tiempo para desplazarse una distancia h del orden de:

$$T_s = \left(\frac{\rho h^3}{\sigma' \Delta T} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

¹Esto ocurre en la mayoría de los fluidos, pero hay excepciones entre las cuales se encuentra el agua entre 0 y 4° C, para las cuales un aumento en la temperatura provoca un aumento en la densidad.

cuando no está presente ningún otro mecanismo.

Los factores analizados hasta el momento favorecen el movimiento del fluido, sin embargo, también hay procesos que frenan este movimiento, como se verá en lo que sigue.

Un proceso estabilizante es la difusión del calor, que trata de igualar las temperaturas, tanto en la dirección vertical, donde hay un flujo continuo de energía, como en la dirección horizontal, donde juega un papel estabilizador ante cualquier fluctuación. Si en una esfera de fluido se produce una fluctuación en la temperatura, ésta decaerá con un tiempo característico para una distancia h dado por

$$T_\theta = \frac{h^2}{\kappa} \quad (1.7)$$

donde κ es la difusividad térmica.

El otro mecanismo es la disipación viscosa, proveniente de la “fricción” molecular, que se opone a cualquier movimiento con una fuerza proporcional a la velocidad². El tiempo de relajación para una perturbación en la velocidad, o estrictamente hablando, para la vorticidad $\omega = \vec{\nabla} \times \vec{v}$, obtenido a partir de la ecuación de Navier-Stokes, para una distancia h está dado por:

$$T_\nu = \frac{h^2}{\nu} \quad (1.8)$$

Teniendo los tiempos característicos de todas las contribuciones y comparándolos entre sí para las mismas distancias obtendremos cantidades que nos indicarán qué factor es el más importante y si las perturbaciones crecerán o se amortiguarán.

Cuando comparamos el tiempo característico correspondiente al empuje de Arquímedes (fuerza desestabilizante) con aquellos de la difusividad térmica y viscosa, obtenemos el número de Rayleigh:

$$Ra = \frac{T_\theta T_\nu}{T_a^2} = \frac{\alpha g h^3 \Delta T}{\kappa \nu} \quad (1.9)$$

donde h designa la altura del fluido. Este número adimensional debe superar un cierto valor para que el fluido comience a moverse. Este valor se puede obtener a partir de cálculos teóricos, o bien de forma experimental.

Cuando utilizamos el procedimiento análogo con el tiempo característico correspondiente a la tensión superficial como fuerza desestabilizante, obtenemos el número de Marangoni:

$$Ma = \frac{T_\theta T_\nu}{T_s^2} = \frac{\sigma' h \Delta T}{\kappa \nu} \quad (1.10)$$

²La ley de Stokes predice este comportamiento, siendo válida para $Re = \frac{h v}{\nu} \ll 1$.

También se obtiene para este número adimensional un valor umbral a partir del cual el fluido se moverá.

Como parámetro de control utilizaremos la diferencia de temperatura, en su forma adimensional:

$$\epsilon = \frac{\Delta T - \Delta T_c}{\Delta T_c} \quad (1.11)$$

donde ΔT es la diferencia de temperatura entre la capa superior e inferior del fluido, mientras ΔT_c es el valor de ΔT en el cual comienza la convección.

Cabe comentar que los campos de temperatura y velocidad están relacionados, ya que, por ejemplo, una temperatura mayor que la media provocará un movimiento ascendente. Así también se puede ver que velocidades descendentes provocarán aumentos en la temperatura por acercarse a la placa caliente. Estos casos concretos nos muestran que ambos campos se ven influidos por el otro.

Esta interdependencia también se ve en las ecuaciones que rigen la velocidad y la temperatura. La ecuación que gobierna el campo de velocidades es la ecuación de Navier-Stokes, dada por:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \rho \mathbf{f} - \nabla \mathbf{p} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1.12)$$

donde \mathbf{f} representa a las fuerzas externas, p es la presión y μ es la viscosidad dinámica.

Para la temperatura, la ecuación del calor está dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{T} = \kappa \nabla^2 \mathbf{T} \quad (1.13)$$

donde κ es la difusividad térmica.

Si bien las dos ecuaciones anteriores son no lineales, la correspondiente a la velocidad es cuadrática por sí misma, mientras que la de la temperatura pierde la linealidad sólo en el acoplamiento con el campo de velocidades. Esto indica que el comportamiento del sistema será muy distinto según domine uno u otro campo.

Una característica importante del fluido nos la da el número de Prandtl, que mide la importancia relativa entre los efectos viscosos y térmicos, y está dado por:

$$Pr = \frac{T_\theta}{T_\nu} = \frac{\nu}{\kappa} \quad (1.14)$$

Así, un número de Prandtl mucho menor que uno implicará un dominio del campo de velocidades, al ser su tiempo característico mucho más grande que el

del campo de temperaturas; mientras que uno mucho mayor que uno indicará lo contrario.

En un sistema formador de patrones, cuando la potencia entregada es suficientemente pequeña, el estado correspondiente es generalmente homogéneo. Si se aumenta el parámetro de control que, en un medio disipativo, mide la energía entregada al sistema; el estado homogéneo deja de ser estable en favor de un estado que ha perdido alguna de las simetrías del estado original. A este hecho se le llama bifurcación o inestabilidad primaria. Cuando se aumenta aún más el parámetro de control, el proceso se puede repetir varias veces, produciéndose nuevas bifurcaciones o inestabilidades secundarias. El estado final será la turbulencia totalmente desarrollada pasando por el caos espacio-temporal.

En el caso de la convección de Bénard-Marangoni, la primera bifurcación es la que pasa desde el sistema homogéneo, en estado conductivo, a un patrón de hexágonos que indica que el movimiento del fluido ha comenzado. Un incremento posterior en el parámetro de control produce una bifurcación secundaria hacia un patrón formado por cuadrados [6].

Si bien el umbral para la primera bifurcación, o inestabilidad primaria, no depende del número de Prandtl, éste influye de manera decisiva en las siguientes bifurcaciones[7], ya que al aumentar el Pr la diferencia entre sí de los diferentes valores críticos de ϵ aumenta debido al dominio del campo de temperaturas, que tiene una no-linealidad más débil que el campo de velocidades.

Cuando un fluido es calentado por debajo y la superficie superior está libre actúan a la vez el mecanismo del empuje de Arquímedes y de la tensión superficial. Cuando una gota asciende por efecto del empuje de Arquímedes en un determinado lugar del fluido, la zona de la superficie donde emergerá tendrá una temperatura mayor que los alrededores. Como la tensión superficial en la mayoría de los fluidos “tira” de los lugares calientes hacia los fríos, esta fuerza reforzará el movimiento en curso. Como consecuencia, el umbral de convección cambia cuando actúan los dos mecanismos conjuntamente. Nield propuso para los nuevos umbrales Ra_c y Ma_c la siguiente ecuación:

$$\frac{Ra_c}{Ra_{0c}} + \frac{Ma_c}{Ma_{0c}} \approx 1 \quad (1.15)$$

donde Ra_{0c} y Ma_{0c} son los umbrales cuando un único efecto está actuando sin el otro e indica una acción conjunta aditiva de ambos mecanismos en forma independiente. Como el número de Ra depende de h^3 y el Ma de h , cuando se cambia la altura en la capa de fluido se está cambiando el peso relativo entre los dos mecanismos. Cuando mayor sea h , mayor será el peso relativo del em-

puje de Arquímedes en la ecuación anterior, pasando lo contrario a medida que disminuimos h .

Experimental y teóricamente se encuentra que la longitud de onda escogida por el sistema en el umbral depende básicamente de la altura del fluido, siendo del orden de ésta. Por lo tanto, hemos utilizado una altura suficientemente pequeña para que la longitud de onda seleccionada nos permita visualizar por lo menos quince longitudes de onda en la celda convectiva. Como consecuencia de esto y de los diámetros de las celdas utilizadas, las alturas escogidas son del orden del milímetro, lo que implica que el mecanismo dominante en nuestro caso es el de la tensión superficial.

En un experimento, las condiciones de contorno laterales están dadas por la pared, la cual influye de manera determinante sobre una cierta distancia en el interior del fluido. Para caracterizar esta influencia es necesario distinguir entre paredes conductoras y aislantes del calor, característica principal en nuestro caso, ya que siempre tendremos, por los fluidos utilizados, paredes no deslizantes. El primer paso es establecer el criterio que divide estas dos categorías. Por pared conductora entendemos aquella cuyo tiempo característico de difusión de la temperatura es mucho menor que el del fluido. Por otra parte, una pared aislante es una en la cual el tiempo característico de difusión de la temperatura sea mucho mayor que el de la silicona.

Una pared conductora no permitirá que exista ninguna diferencia de temperatura en el fluido cercano a ella, ya que la eliminará por medio de un flujo de calor en su interior. Por lo tanto, la única posibilidad que cabe para el fluido cerca de la pared conductora es la de establecer un rollo convectivo paralelo a ella, en el cual todo el fluido que recibe su influencia está subiendo o bajando según la temperatura de la pared sea mayor o menor que la media del fluido. Generalmente, como la pared conductora está en contacto con la base de la celda, su temperatura es cercana a la temperatura inferior, por lo que el fluido ascenderá.

En el caso de una pared aislante cualquier diferencia de temperatura en el fluido no se podrá anular por medio de un flujo de calor en la pared. Como toda la pared tiende a tener una temperatura homogénea cercana a la media de la celda, la configuración más favorable se corresponde con la formación de medias celdas perpendiculares a la pared. De esta forma la temperatura de la pared se hace constante a una distancia pequeña del fluido, y del orden de la temperatura media de la celda. De este modo también se minimiza la disipación viscosa, al haber zonas intermedias con velocidades nulas.

En este trabajo hemos analizado sistemas que van desde intermedios a ex-

tensos. Para ver como se hace esta clasificación, es necesario definir una nueva cantidad, la relación de aspecto, dada por:

$$\Gamma_g = \frac{D}{h} \text{ (geométrica)} \quad \Gamma_f = \frac{D}{\lambda} \text{ (física)} \quad (1.16)$$

donde D es el diámetro de la celda utilizada, h la altura de fluido y λ la longitud de onda dominante en el sistema. Las dos cantidades nos dan una idea de la relación entre la longitud característica de la estructura (como ya se comentó h y λ son del mismo orden) y el tamaño de la celda. La relación de aspecto física da información exacta de como se comporta el sistema por incluir en su definición la longitud de onda λ , mientras que la relación de aspecto geométrica es muy útil en el caso de estimaciones a priori de lo que se va a obtener. Por todo esto, usaremos de aquí en adelante la relación de aspecto física.

Un último punto a considerar es el flujo de calor existente entre el fluido y el aire. Si bien aquí corresponde hacer un análisis del problema de dos fluidos para ser riguroso, una buena aproximación es la reducción a un fluido; en la que se introduce un coeficiente fenomenológico Bi , el número de Biot, para modelizar el comportamiento de la interfaz. Este número queda definido por la relación de Newton:

$$\frac{\partial T}{\partial z} + Bi(T - T_a) = 0 \quad (1.17)$$

donde z se corresponde con la dirección vertical y T_a es la temperatura del aire.

1.2 El modelo teórico.

El modelo que describiremos a sido concebido originalmente en el contexto de la cosmología temprana, concretamente en la formación de las galaxias inmediatamente después del Big-Bang, pero tiene en cuenta sólo aspectos generales del sistema que se estudia, por lo que en principio las líneas argumentales son válidas en otros campos diferentes. Se aplica a sistemas con una transición de fase de segundo orden en la que existe una rotura de simetría. Se parte de un sistema en un estado de equilibrio, que es homogéneo. Cuando se cambia el parámetro de control cruzando la transición con la rotura de simetría, el sistema selecciona una longitud de correlación que se mantendrá constante durante un cierto tiempo, y que será por lo tanto del orden del tamaño de los dominios en la estructura que se formará. El principal resultado del modelo es la predicción de cómo depende esta elección de los parámetros generales del sistema, y que no depende de los detalles.

En general, en toda transición, el comportamiento crítico del tiempo de relajación característico del sistema τ sigue una ley de potencias como se muestra en la figura 1.1, por lo que podemos pensar que el sistema se ralentiza a medida que se acerca a la transición. Por otra parte, la longitud de correlación también tiene un comportamiento crítico tipo ley de potencias, llegando a infinito en la transición misma (en un sistema real, llega al tamaño del sistema).

Analicemos que sucede cuando, estando cerca de la transición, se cambia dinámicamente el parámetro de control. En un principio, el sistema intenta siempre que sus variables, en particular la longitud de correlación, se ajusten a sus valores de equilibrio, dados por las curvas mostradas en la figura 1.1.

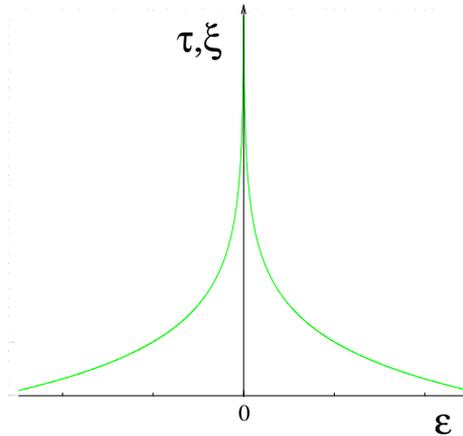


Figura 1.1: Comportamiento esquemático típico del tiempo de relajación característico y de la longitud de correlación frente al parámetro de control en una bifurcación que se cruza de forma cuasiestacionaria cuando el sistema es extenso. Las escalas son totalmente arbitrarias.

Llegado un cierto valor de ϵ , la longitud de correlación tendría que crecer a una velocidad mayor que la velocidad máxima del sistema para alcanzar su valor de equilibrio “instantáneo”. Sumado a esto, en el caso de sistemas de materia condensada, la velocidad límite también dependerá de ϵ , ya que esta relacionada con el tiempo de relajación característico.

Todos estos factores contribuyen a producir un “congelamiento” del sistema en las cercanías del punto crítico, por lo que la longitud de correlación seleccionada antes de la transición será la misma que tendrá la estructura recién formada. Para determinar su valor, consideremos que el cambio en el parámetro de control es lineal, siendo

$$\epsilon = \frac{t}{\tau_v} \quad (1.18)$$

donde τ_v es la inversa de su ritmo de crecimiento. La longitud de correlación seleccionada estará dada por la ecuación

$$\frac{d\xi}{dt}(-t_{cong}) = v_{max} \quad (1.19)$$

donde $-t_{cong}$ es el tiempo en el cual la longitud de correlación se “propaga” a la velocidad máxima del sistema. En ese instante la longitud de correlación se congela seleccionándose para después de la transición, y v_{max} es la velocidad máxima permitida en el sistema. Considerando

$$v_{max} = \frac{\xi}{\tau} \quad (1.20)$$

y las dependencias

$$\xi(\epsilon) = \xi_0 \epsilon^{-\nu} \quad , \quad \tau(\epsilon) = \tau_0 \epsilon^{-z\nu} \quad (1.21)$$

se obtiene como estimación para el comportamiento crítico de la longitud de correlación congelada

$$\xi_{cong} \sim \tau_v^{\nu/(1+z\nu)} \quad (1.22)$$

Aceptando que la densidad de defectos se puede escribir como

$$\rho = \frac{S}{(\xi_{cong})^d} \quad (1.23)$$

donde S es el tamaño del sistema (sus unidades dependerán de la dimensión) y d es la dimensión. En nuestro caso $d = 2$.

Por lo tanto, para nuestro caso la densidad de defectos tiene la siguiente dependencia crítica:

$$\rho_{cong} \sim \tau_v^{-2\nu/(1+z\nu)} \quad (1.24)$$

El valor del exponente para un sistema bidimensional gobernado por una ecuación de Ginzburg-Landau compleja donde sea válida la teoría de campo medio, es de:

$$\rho_{cong} \sim \tau_v^{-0.5} \quad (1.25)$$

Dado que en nuestro sistema las medidas se hacen con fluidos con diferentes viscosidades, es importante notar que ésta influye sobre el tiempo de relajación característico y sobre la velocidad límite.

1.3 Defectos

En esta sección haremos una pequeña introducción sobre defectos topológicos en la que también discutiremos las implicaciones que tienen ellos sobre nuestro sistema experimental.

Cuando hablamos de un defecto topológico en una estructura hexagonal, nos referimos a una región que no sigue la regularidad del resto del patrón y que es inestable localmente. Sin embargo, su presencia está forzada por una cuestión topológica como es la de enlazar dos regiones inconexas en un diagrama de estabilidad para un determinado parámetro de control.

La estructura hexagonal de nuestro experimento se puede descomponer en tres modos. Estudiando cada modo por separado se puede ver que la integral de camino cerrado de la fase rodeando el defecto es igual a $n2\pi$, con n entero. Este entero nos da la carga topológica del defecto. En la estructura estudiada el defecto con mayor vida media es el defecto penta-hepta, que tiene una carga topológica igual a ± 1 . Respecto de la amplitud en un defecto penta-hepta, su valor es cero en dos de los modos, mientras que el tercero no se ve afectado.

En un sistema infinito la única forma que tiene un defecto topológico para desaparecer es aniquilarse con otro defecto topológico de carga contraria, pero, en un sistema real, los defectos pueden desaparecer en el borde de la estructura. De todas formas, los tiempos que se manejan en el experimento no permiten que se lleve a cabo este proceso de desaparición.

Como ya se señaló en la introducción, el defecto en nuestro sistema no se corresponde con el mismo valor de campo correspondiente al estado homogéneo. Esto no tiene ninguna implicancia directa que diferencie de forma fundamental este tipo de defecto con otros que sean ceros del campo total. Otro punto a señalar es que el defecto en nuestro sistema es un cero en dos campos acoplados, hecho que sí podría afectar la dinámica de formación de aquellos de manera importante.

Si bien lo más normal es encontrar defectos con carga topológica igual a ± 1 por cuestiones energéticas, en nuestro caso esto podría no cumplirse en su totalidad por deberse la aparición de defectos a un cambio brusco en el parámetro de control. Otro efecto debido a que se cruza dinámicamente el umbral es que defectos inestables topológicamente pueden llegar a permanecer el tiempo suficiente como para incrementar el número de defectos medidos.

1.4 Resultados anteriores

Existen numerosos trabajos en el tema, y todos tienen como punto de partida el artículo publicado por Kibble[2] en 1976, en donde propone un modelo sobre el posible origen de las galaxias en una bifurcación con rotura de simetría que podría haber ocurrido en el universo como consecuencia del enfriamiento que siguió al Big-Bang.

Zurek[3], en 1985, traslada las ideas anteriores al campo de la materia condensada, en particular al helio superfluido, estableciendo una analogía entre las estructuras cósmicas y las líneas de vórtices en el helio superfluido. La transición que da origen a éstas es entre ^4He normal y el superfluido, conocida como la transición λ , y se provoca mediante un cambio brusco en la presión.

En base a estos artículos se han desarrollado diversas simulaciones numéricas, que se encuentran de acuerdo con el modelo teórico, [8] [9], y se han realizado cálculos analíticos en base a ecuaciones modelo que hacen uso de la teoría de campo medio que concuerdan con la ley de escala predicha [10].

Respecto de la parte experimental, el primer sistema en el que se llevo a cabo el experimento fue en cristales líquidos [11] [12], en la transición entre la fase isotrópica y la fase nemática. En éstos se ha estudiado la aparición de defectos, pero no se ha comprobado la ley de escala que propone el modelo.

En el sistema propuesto en primer lugar por Zurek, el ^4He , se realizó un experimento[13] en el que se comprobó la aparición de defectos al cruzar la línea λ con un cambio brusco a través de una línea cuasisentrópica.

En los dos sistemas experimentales anteriores, si bien el cambio de fase se realiza fuera del equilibrio, los estados inicial y final son de equilibrio. En el sistema que describiremos a continuación y en el que nosotros hemos estudiado, los estados inicial y final no son de equilibrio. El experimento [14] consiste en un medio Kerr iluminado por un láser dentro de un bucle de realimentación con una longitud de propagación libre. De este modo aparece un patrón en el medio Kerr cuando la intensidad supera un cierto umbral. Han medido el número de defectos en función del tiempo de cruce del umbral y el resultado obtenido para la ley de escala está de acuerdo con las predicciones del modelo.

En los sistemas en que los estados inicial y final no son de equilibrio se cruza la inestabilidad primaria aumentando el parámetro de control, a diferencia de las transiciones de fase dinámicas en las que se reduce ϵ .

Tanto en las simulaciones numéricas que se han realizado como en el último experimento comentado los defectos después de haber realizado la transición se

corresponden con ceros del campo, es decir, lugares del espacio que conservan las simetrías que poseía el estado homogéneo. En nuestro experimento, los defectos del patrón hexagonal son ceros en dos de los tres modos en los que se puede descomponer la estructura, pero el campo total en el defecto es distinto de cero. Esto implica que los defectos en la estructura hexagonal no se corresponden con los “defectos”³ o ceros del vacío, en el cual la superposición de todos los modos existentes es igual a cero.

Una segunda diferencia de nuestro experimento con los hechos anteriormente es que las mediciones experimentales que aquí hemos realizado se han hecho únicamente en el último caso, en el que no se ha estudiado la dependencia de la ley de escala con el parámetro de disipación.

³Considerando que los defectos son ceros del campo, se puede denominar defecto cada uno de los puntos del estado homogéneo, aunque para el autor de éste trabajo eso sea mas bien un abuso de lenguaje.

Capítulo 2

Técnicas experimentales.

Fundamentalmente, las técnicas experimentales usadas son las propias y típicas de un experimento de convección de Bénard-Marangoni. En este capítulo nos proponemos describirlas brevemente, y entrar sólo en los detalles diferenciadores respecto a otros experimentos convectivos.

2.1 Fluido utilizado.

En este trabajo nos interesa cruzar rápidamente una bifurcación. La más clara de estas bifurcaciones desde el punto de vista del análisis es la correspondiente a una inestabilidad primaria. Como cruzamos la bifurcación de forma muy rápida (no lineal), es deseable que ésta se encuentre tan aislada como sea posible de cualquier otra bifurcación, evitando que estos efectos no lineales o que pequeñas variaciones en el parámetro de control nos lleven a una inestabilidad secundaria. Por esto hemos elegido utilizar fluidos con alto número de Prandtl.

Como se explicó en la sección 1.1, valores altos del número de Prandtl implican que los efectos disipativos viscosos poseen un tiempo característico mucho menor que el asociado con la disipación térmica, por lo que podemos considerar, en una buena aproximación, que el campo de velocidades sigue al de la temperatura sin retardo en relación a la escala de tiempos del sistema. Debido a esto los efectos térmicos son los dominantes y las consecutivas inestabilidades están más separadas entre sí.

En particular, los experimentos se realizan con aceites de silicona¹, fluidos que presentan las siguientes ventajas:

¹Polímero de dimetilsiloxano.

- son transparentes a la luz visible (permiten caracterizar el estado del sistema mediante el índice de refracción).
- poseen una gran gama de viscosidades².
- en nuestra situación experimental se encuentran en el régimen de Oberbeck-Boussinesq³.

Utilizamos aceites de silicona con una viscosidad cinemática nominal de 50, 100 y 350 cSt., cuyas propiedades físicas más importantes se muestran en la tabla 2.1.

	Celda A	Celda B	Celda A
Viscosidad cinemática (ν) [cSt]	50	100	350
Densidad (ρ) [Kg m^{-3}]	963	968	968
Tensión Superficial (σ) [mN m^{-1}]	20.8	20.9	21.1
Conductividad Térmica (χ) [W $m^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$]	0.1505	0.1557	0.16
Coefficiente de Dilatación (α) [$\cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ C^{-1}$]	10.6	9.25	9.45
Difusividad Térmica (κ) [$\cdot 10^{-7} m^2 s^{-1}$]	1.037	1.06719	1.13
Coefficiente Viscosidad / Temperatura ($d\nu/dT$) [cSt $^\circ C^{-1}$]	0.59	0.59	0.62
Coefficiente Tensión Sup. / Temperatura ($d\sigma/dT$) [$\cdot 10^{-5} Nm^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$]	7	7.44	7.16
N $^\circ$ de Prandtl (ν/κ)	482	937	3097

Tabla 2.1: Propiedades físicas más importantes de los fluidos utilizados en los experimentos, a T=25 $^\circ$ C.

2.2 Celda convectiva.

El fluido es depositado en forma de una pequeña capa sobre una celda como se ve en la figura 2.1, formada por:

²Variando el grado de polimerización.

³Es decir, los efectos de la estratificación de densidad sólo son apreciables sobre las variaciones de presión.

- un calentador eléctrico plano del diámetro de la celda, diseñado para tener una distribución homogénea de la temperatura, y conectado a una fuente de alimentación HP E3631A controlada por ordenador.
- una placa metálica de 1.2 cm. de grosor, en contacto por un lado con el calentador, y por el otro con el fluido a estudiar. El material componente es aluminio en la celda A y cobre en la celda B. El grosor se ha elegido teniendo en cuenta que aumentarlo significa contribuir a homogeneizar pequeñas variaciones laterales en la temperatura del calentador, pero también contribuye a aumentar la inercia térmica del sistema y a disminuir la eficacia del calentador al disipar mayor energía. La cara en contacto con el fluido está pulida para aumentar su reflectividad en frecuencias ópticas y para evitar perturbaciones en el fluido.
- un recipiente cilíndrico plástico, abierto por arriba, contiene la placa con el calentador. Sus paredes se elevan por encima del conjunto formando la cavidad donde será depositado el fluido. Su difusividad térmica es del orden de la que tiene la silicona, por lo que nos encontramos en un caso intermedio entre los dos comentados en la sección 1.1 respecto de la influencia de las paredes del fluido.

El diámetro efectivo de la celda es de 137 mm. en el caso de la celda A y de 127 mm. en el caso de la celda B. En la tabla 2.1 se indica que celda se utilizó para cada fluido.

La altura de fluido utilizado es de 1.3 mm. para la silicona de 50 cSt., 1.4 mm. para la silicona de 100 cSt. y 1.9 mm. para la silicona de 350 cSt. La relación de aspecto física resultante es de 25 en la silicona de 50 cSt., 22 en la de 100 cSt. y de 15 en la de 350 cSt.

2.3 Sistema de observación.

La estructura convectiva formada en el fluido cuando se lo calienta por debajo se visualiza mediante la técnica óptica denominada ombroscopía, cuyo esquema se muestra en la figura 2.1.

La ombroscopía se fundamenta en la desviación de los rayos de luz al pasar a través de una región con un índice de refracción variable.

La luz proveniente de una lámpara halógena se hace pasar a través de un filtrado espacial compuesto por un objetivo de microscopio con una distancia

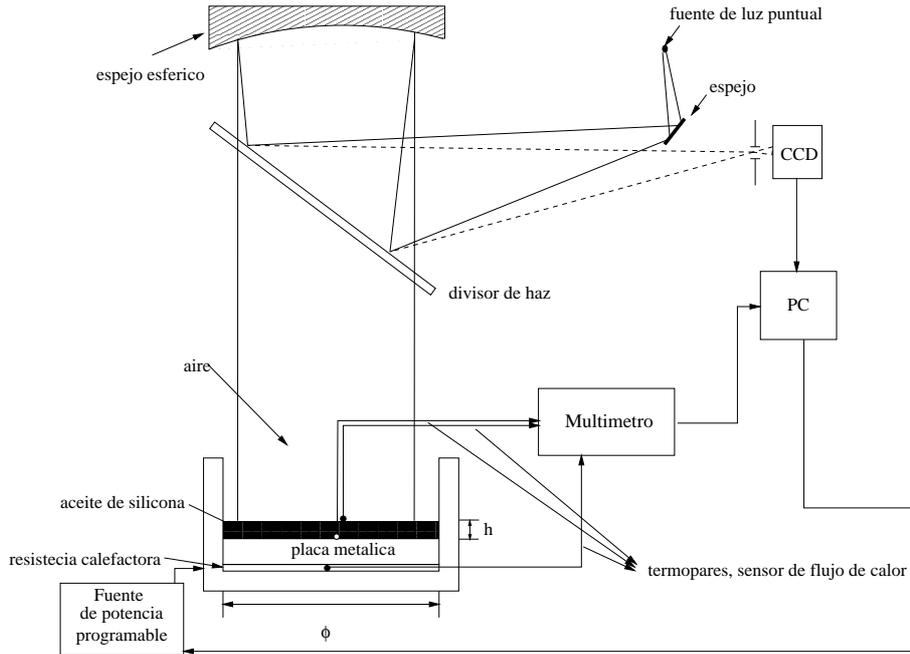


Figura 2.1: Esquema del sistema de observación de la estructura.

focal de 8 mm. y un diafragma para conseguir una fuente puntual con una distribución angular homogénea de la luz, el cual se coloca en el foco de un espejo esférico de 15.5 cm. de apertura y 1.4 m de distancia focal. De esta forma la luz emerge paralela e incide sobre la celda, formando un campo luminoso de intensidad homogénea. Como el fondo de la celda refleja la luz, ésta atraviesa dos veces la capa de fluido, alejándose de su paralelismo inicial en las regiones con variaciones en el índice de refracción. Estas variaciones resultan al fin en una modulación en la intensidad del campo luminoso, que se puede demostrar es aproximadamente proporcional a la derivada segunda del logaritmo del índice de refracción con respecto a la coordenada transversal[15], como se ve en la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta I}{I_0} = l \int_{\gamma} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right) \ln(n) dz \quad (2.1)$$

donde γ es el camino recorrido por el rayo de luz, el eje óptico del sistema coincide con el eje z y l es la longitud del recorrido. El campo de luz con la modulación correspondiente se detecta con una cámara CCD de 512x512. La imagen obtenida es digitalizada en un tarjeta de adquisición de imágenes PIXCI-SV4 controlada por un programa en C que registra las temperaturas y basándose en éstas determina el instante en que se toma la imagen.

El haz de luz proveniente del filtrado espacial no va por el mismo camino por el que regresa desde el divisor de haz para evitar que la primera reflexión sobre éste (luz que aún no ha atravesado el fluido) sature la cámara CCD. Por lo tanto, hacemos que el sistema sea levemente astigmático.

2.4 Medidas locales de temperatura y flujo de calor.

Las medidas locales de temperatura se realizan mediante termopares. Se han utilizado para medir tanto la temperatura inferior de la placa metálica de la celda como para registrar la temperatura correspondiente a la superficie libre y al fondo del fluido (figura 2.1). Los termopares elegidos son del tipo T⁴, tienen un diámetro menor a 0.13 mm. y utilizan teflón como aislante. Cabe aclarar que los termopares que miden sobre la superficie libre y sobre el fondo del fluido se utilizan sólo en medidas independientes para cada una de las potencias utilizadas, para evitar la perturbación que produciría sobre la estructura. Se hace difícil cuantificar la perturbación del termopar, pero considerando que estudiamos la aparición de la estructura a partir de una rotura en la simetría, ninguna perturbación se puede considerar despreciable.

El flujo de calor a través del fluido se mide mediante un sensor de flujo de calor colocado debajo de la placa metálica, únicamente en la celda B.

Tanto los termopares como el sensor de flujo de calor se conectan a un sistema de adquisición de datos Stanford SR630 controlado por ordenador, de 16 canales, con una resolución de ± 0.1 °C.

2.5 Proceso de medida.

En el sistema que hemos utilizado es importante remarcar algunas características de la dinámica de la bifurcación respecto de los tiempos característicos. Los

⁴Compuestos de Cobre-Constantán.

cambios en el parámetro de control tienen efecto sobre el sistema en tiempos característicos que son del orden del tiempo de difusión vertical de la temperatura. Mientras tanto, el tiempo característico requerido por la estructura para correlacionarse es del orden del tiempo de difusión horizontal de la temperatura.

Con esto queremos subrayar la importancia de la existencia de al menos dos escalas de tiempos diferentes, evitando que el tiempo utilizado por los defectos para aniquilarse sea el mismo que el necesitado por la estructura para aparecer. Justamente esto último permite realizar mediciones en un rango de tiempos de cruce del umbral que va desde el tiempo menor para que aparezca la estructura (del orden del tiempo de difusión vertical de la temperatura) hasta el tiempo característico que necesita un defecto en desaparecer (del orden del tiempo de difusión horizontal de la temperatura).

El rango de tiempos mencionado en el párrafo anterior se ve reducido en el experimento a uno más pequeño. Inferiormente, un límite para el tiempo mínimo de cruce del umbral está dado por la inercia térmica de la placa metálica, mientras que para grandes tiempos de cruce del umbral la cota está impuesta por una deriva de la estructura del centro a la periferia de la celda, originada por un gradiente térmico horizontal. Los mayores tiempos utilizados son tales que el desplazamiento debido a la deriva de la estructura es menor a una longitud de onda.

En el proceso de medida partimos de un estado estacionario justo por debajo del umbral de convección, resultado de aplicar una potencia P_1 en el sistema. Se aumenta la potencia suministrada a un valor P_2 , de manera que la placa metálica, en los tiempos seleccionados en el experimento, responde aumentando su temperatura T_1 ⁵ linealmente (con una pendiente que depende de la diferencia $(P_2 - P_1)$). Para cada una de las viscosidades se elige un valor de temperatura para el cual la estructura está completamente formada y en este punto se toma la imagen correspondiente a la medida. En todos los casos estudiados la temperatura reducida $\epsilon = \frac{\Delta T - \Delta T_c}{\Delta T_c}$ es menor que 0.2. Definimos tiempo de cruce τ_q como el tiempo que tarda T_1 en llegar al valor de temperatura fijo elegido para esa viscosidad, habiendo partido desde el estado estacionario debajo del umbral de convección. El valor de temperatura fijo se obtiene de medir en el estado estacionario para qué temperatura la estructura se ha formado completamente, más un cierto margen que tiene en cuenta que las medidas se realizan en situaciones no estacionarias por lo que los perfiles de temperatura no son exactamente los mismos. El proceso se repite diez veces para cada escalón de potencia, un número de compromiso

⁵Temperatura medida en la superficie inferior de la placa metálica.

entre la disminución del error estadístico y el tiempo empleado en las medidas (del orden de la hora para cada una de ellas). En cada una de las viscosidades estudiadas se analizan diez pendientes distintas, con lo que el número total de medidas en una viscosidad es de cien, dando cada una de ellas una imagen a ser analizada.

En principio, el τ_q depende de las temperaturas inicial y final que se elijan. Para suprimir esta dependencia se realizan medidas adicionales en las que se registra la diferencia de temperaturas ΔT aplicada sobre el fluido durante el escalón de potencia (figura 2.2). Ajustando los datos a una recta se obtiene la pendiente de la curva de diferencia de temperatura aplicada vs. tiempo

$$\frac{1}{\tau_v} = \frac{[\Delta T(\tau_q) - [\Delta T(0)]}{\tau_q} \quad (2.2)$$

cuya inversa τ_v juega el mismo papel que el tiempo de cruce pero no depende de los puntos inicial y final.

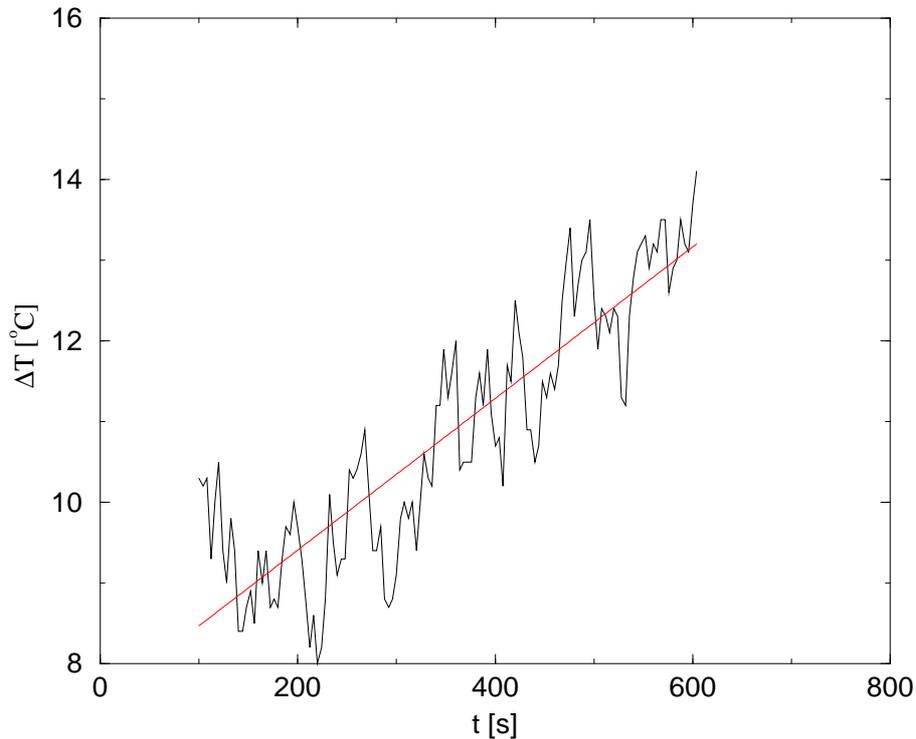


Figura 2.2: Diferencia de temperatura medida durante un escalón de potencia.

Se realizan cuatro medidas con los termopares en el fluido para cada uno de los escalones de potencia escogidos con anterioridad. De esta manera es que se

obtienen cuatro valores de la función $\tau_v(\tau_q)$ que luego, después de repetirlo para los diez escalones, se transforman en cuarenta puntos que nos permiten ajustar la función que convierte τ_q en τ_v (figura 2.3).

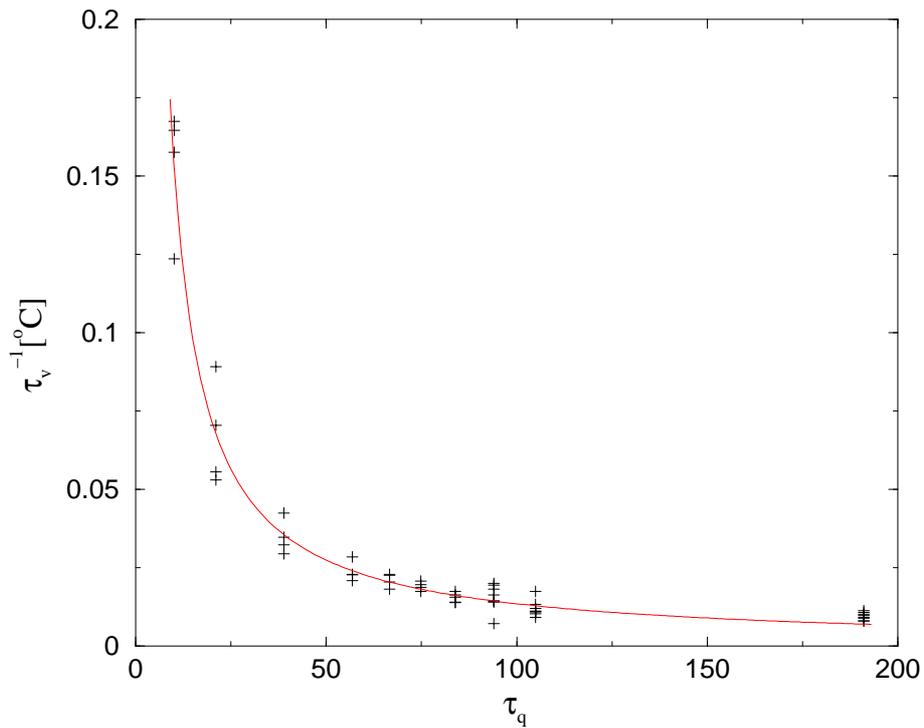


Figura 2.3: Ajuste de la curva que convierte τ_q (adimensional) en τ_v

Capítulo 3

Tratamiento de Datos.

En este trabajo el tratamiento de los datos merece un capítulo aparte debido a que el análisis de las imágenes no es el usual, ya que tienen gran cantidad de defectos. Por otra parte, se hace necesario un análisis estadístico exhaustivo de los datos.

3.1 Procesado de las imágenes.

Como ya se comentará más tarde en un sistema con densidades de defectos tan grandes como los esperados la demodulación compleja (que se podría realizar casi directamente en la imagen) no es el método óptimo para hallar esa densidad. En nuestro caso, el tratamiento de las imágenes tiene como objetivo transformar una imagen captada por la CCD, que muestra el campo de intensidad de luz proveniente de la ombroscopia, en un ente, como lo es una matriz, del que se pueda obtener de una manera sencilla la información necesaria para caracterizar la estructura, como lo es:

- cantidad de lados de cada polígono.
- identificación de los polígonos que se encuentran en el borde de la estructura.
- identificación de los polígonos primeros vecinos a un tercero.

La primera consideración que debe hacerse está relacionada con la imagen que se obtiene de la ombroscopía. La visualización más intuitiva para estructuras convectivas es del estilo de la figura 3.1. En ella se ven como zonas iluminadas las correspondientes a los bordes de los polígonos, en donde el fluido esta descendiendo. Cambiando el enfoque de la cámara CCD, se puede obtener una figura

en la que las zonas iluminadas correspondan a la región central de los polígonos, o lo que es lo mismo, el lugar por donde asciende el fluido. La figura 3.2 muestra un ejemplo de esto último. Ya que es equivalente analizar la estructura partiendo de una u otra imagen, como se muestra en la página 27 se elige la descrita en segundo lugar por sus ventajas a la hora de identificar la información que nos interesa.

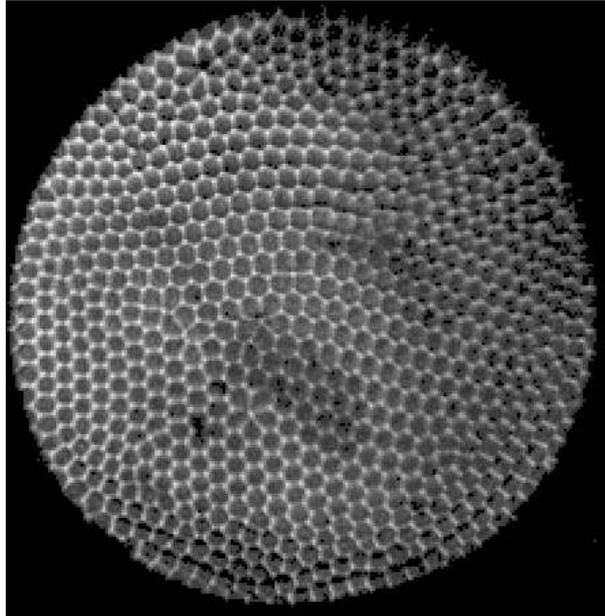


Figura 3.1: Figura del patrón en donde las zonas iluminadas se corresponden con las zonas frías

Esta imagen es la entrada de un programa hecho en MATLAB. Lo que sigue a continuación es una descripción de los principales pasos que sigue el programa para obtener el resultado deseado.

En primer lugar, se aplican diferentes filtros con el objeto de conseguir una imagen limpia de ruido. Después de esto se obtiene la posición de los máximos relativos que se encuentran dentro de la celda, y esta posición se toma como la posición del centro del polígono.

La segunda tarea a realizar es encontrar los primeros vecinos de cada máximo. Esto se hace trazando la perpendicular a las uniones entre el máximo del cual queremos averiguar su número de vecinos con todos los restantes de tal forma que dicha perpendicular corte a la unión por la mitad. Después de hacer esto la región que contiene al máximo del cual salen todas las uniones es su celda de Voronoi¹.

¹También denominada celda de Wigner-Seitz en teoría de sólidos.

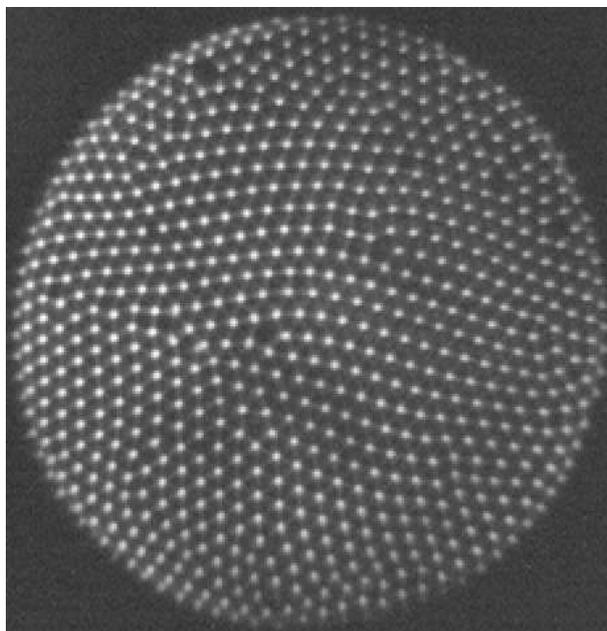


Figura 3.2: Figura del patrón en donde las zonas iluminadas se corresponden con las zonas calientes

Cada una de las perpendiculares que limitan esta región indica que su máximo correspondiente es primer vecino del máximo interior a la región. En la figura 3.3 se puede comprobar que las celdas de Voronoi construidas utilizando el programa coinciden con los hexágonos que muestra la estructura si se escala la imagen de manera conveniente. El cambio de escala se debe a la diferente focalización de la cámara CCD entre la imagen que tiene los puntos calientes iluminados y la que ilumina las zonas frías.

Probado este hecho, se puede deducir que es equivalente la información obtenida a partir de la focalización de los puntos calientes o de las zonas frías. De aquí en adelante nos referiremos indistintamente a puntos con un número dado de primeros vecinos (n° de coordinación) o a polígonos con ese mismo número de lados.

Conociendo cuales son los primeros vecinos de cada máximo, que etiquetamos arbitrariamente, construimos la matriz de adyacencias² correspondiente a partir de la cual es una cuestión de álgebra elemental obtener el número de hexágonos, pentágonos, heptágonos, penta-heptas, etc., volviéndose más engorroso el cálculo

²Para construirla asociamos el número de fila y columna a un determinado máximo y luego se hacen unos los elementos correspondientes a máximos primeros vecinos y ceros todos los otros.

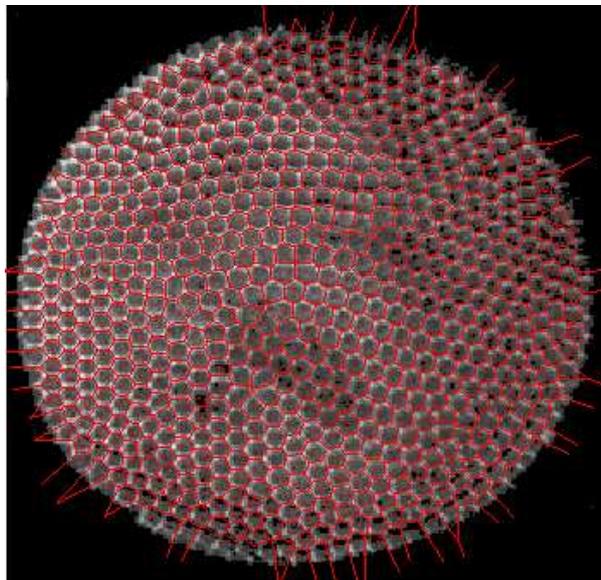


Figura 3.3: Superposición de la estructura original con la construida a partir de las correspondientes celdas de Voronoi de cada zona caliente (en rojo).

a medida que el conjunto de polígono buscado tiene una descripción más compleja.

Finalmente, se identifican los polígonos exteriores para poder descartarlos y tener en cuenta únicamente los polígonos encontrados fuera de la frontera de la estructura. Esto último pretende eliminar causas que no pretendemos tener en cuenta en este trabajo, como es la influencia directa de las paredes ya comentada en el apartado 1.1.

3.2 Recuento de Defectos.

En las estructuras estudiadas hay un claro dominio de los hexágonos, hecho totalmente esperable ya que la inestabilidad primaria en la convección de Bénard-Marangoni se corresponde con una estructura hexagonal. Partiendo de este punto, nos queda discutir a qué polígono o conjunto de ellos vamos a considerar como un defecto individual.

En una estructura hexagonal de extensión infinita, el defecto con mayor tiempo de vida media es aquel formado por un pentágono y un heptágono, y en este caso no hay duda sobre qué polígonos se corresponden con un defecto individual. Desde un punto de vista geométrico, la estructura hexagonal se puede considerar como la superposición de tres modos rotados entre sí 120° . El caso de un defecto penta-

hepta se identifica por una dislocación en dos de los modos, como se muestra en la serie de figuras 3.4, obtenida por demodulación compleja de una región de la estructura observada en el experimento.

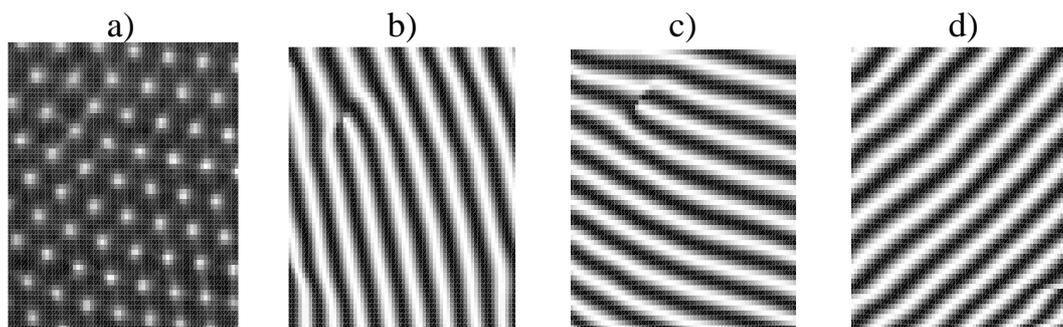


Figura 3.4: Estructura original(a) y los diferentes modos en que se descompone (b)(c)(d), mostrando dos de ellos una dislocación en la posición correspondiente al defecto en el patrón original.

En cada una de las dislocaciones se puede ver que la amplitud del modo correspondiente se hace cero, siendo esta una forma muchas veces utilizada para la identificación de defectos en distintos campos. Cabe comentar aquí que en nuestro caso, al trabajar con estructuras con un alto número de defectos, éste último método, la demodulación compleja, no es aplicable de forma automática para toda la estructura. Para esto se requiere que exista un único dominio en toda la celda.

Además del hecho de estudiar estados transitorios tenemos como en toda situación real, un patrón finito con unas condiciones de contorno determinadas, en nuestro caso circulares. Esto hace posible la aparición de polígonos con números de lados distintos de los comentados anteriormente o pentágonos y heptágonos independientes. En esta situación el recuento de defectos se vuelve confuso y se hace necesario un estudio topológico para determinar qué polígono o qué grupo de ellos constituye un defecto unidad.

En una primera aproximación, y considerando que el número de polígonos con un número de lados distinto de seis esta formado mayoritariamente por pentágonos y heptágonos, usamos tres criterios distintos para decir que un máximo constituye un defecto:

1. los puntos con un número de primeros vecinos igual a cinco (los más numerosos después de los hexágonos).

2. los puntos con un número de coordinación igual a siete (asociados en su mayoría a defectos penta-hepta).
3. los puntos con un número de coordinación distinto de seis.

Basándonos en los resultados obtenidos (ver capítulo 4), estos tres métodos se muestran válidos para medir el exponente buscado, ya que se muestra independiente del método utilizado. De notar diferencias importantes en su valor cuando pasamos de un método a otro se haría imprescindible una identificación más detallada de los defectos.

Cabe señalar que la longitud de correlación es una cantidad que nos proporciona una información equivalente a la que nos da el número de defectos, en el supuesto de que éstos se encuentren distribuidos al azar.

Es importante destacar que para el recuento de defectos la estructura determina un límite a su densidad (no puede ser mayor que uno), hecho que impone una longitud de correlación mínima detectable igual a la longitud de onda de la estructura y que se conoce en la literatura como “coarse-graining”.

3.3 Análisis estadístico

En esta sección se hace un análisis de las características estadísticas del número de defectos en un sistema convectivo de Bénard-Marangoni, junto con el estudio del error que lleva asociado esta cantidad y sus causas.

El número de defectos en el estado transitorio después del cruce de una inestabilidad es estadístico. Esto debe tenerse en cuenta al hacer un análisis de los errores. Como el número de defectos es elevado puede aplicarse el teorema central del límite³. Además, en nuestro sistema, para reducir el error estadístico hacemos diez medidas para cada valor de τ_v , como se muestra en la figura 3.5.

Como también se ve en la figura 3.5 los valores de τ_v cambian de una medida a otra cuando se está entregando una misma potencia al sistema. Esto se debe a que dicho tiempo se determina en cada caso cuando el sistema alcanza una determinada temperatura (ver sección 2.5), y teniendo en cuenta que la superficie superior de la capa de fluido está abierta a la atmósfera es lógico esperar pequeñas variaciones en el tiempo que se tarda en alcanzarla. Para minimizar esta causa de error se han hecho las medidas mediante un programa en C ejecutado durante las noches.

³Permite aproximar todas las distribuciones de probabilidad a gaussianas

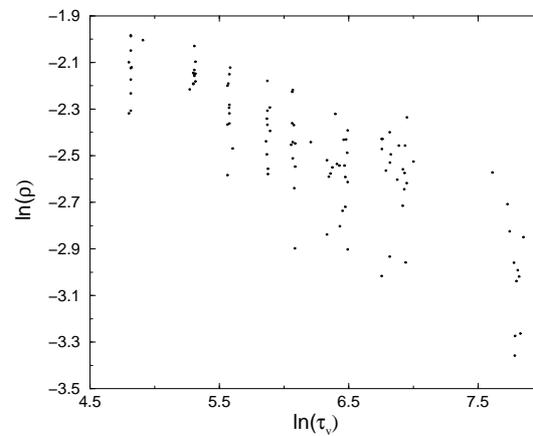


Figura 3.5: Figura que muestra las mediciones realizadas en una viscosidad en particular (en este caso 100 cSt.), sin tratamiento posterior (adimensional).

Dado que los errores están presentes en ambas coordenadas para la regresión se utiliza una subrutina que los tiene en cuenta a ambos.

Capítulo 4

Resultados y discusión.

A continuación se muestran las curvas de densidad de defectos $\rho = \frac{N_{defectos}}{N_{poligonos}}$ versus τ_v (figuras 4.1, 4.2 y 4.3) para las tres viscosidades estudiadas, mostrando en cada una de ellas los resultados obtenidos después de aplicar cada uno de los métodos explicados en el apartado 3.2.

La adimensionalización en el eje del tiempo se realiza con el tiempo de difusión vertical de la temperatura, después de lo cual se transforma τ_q en τ_v , según se explica en el apartado 2.5. La cantidad τ_v se adimensionaliza con la diferencia de temperaturas crítica. El número de defectos se normaliza con el número total de polígonos en la celda.

Con respecto al error cometido en las medidas, el primer dato a tener en cuenta es la cantidad de polígonos en la celda, que nos dará el tamaño de la muestra sobre la que se ha medido. En el caso de las siliconas de 50 y 100 cSt. el número de polígonos es del orden de 450, mientras que en la silicona de 350 cSt. éste número es de 250. Sobre dicho número se realiza la estadística en las diez medidas correspondientes a un único τ_v , ya que la resta de los polígonos exteriores ha sido llevada a cabo previamente. De estas diez medidas se obtiene la media y la desviación estándar que constituyen la densidad y su barra de error en el eje de las ordenadas, mientras que la media y la desviación estándar de los τ_v nos dan el tiempo y la barra de error en el eje de las abcisas.

El ajuste de la curva se obtiene a partir de una subrutina en FORTRAN[16] que tiene en cuenta los errores de los datos en ambas coordenadas. El número total de curvas a ajustar es de nueve, correspondientes a aplicar los tres métodos de recuento en las tres viscosidades utilizadas. Se ha realizado una prueba de bondad de ajuste χ^2 en las regresiones. En dos casos, de ser cierto el modelo, la probabilidad de obtener unos resultados con el mismo error es de más del 85%;

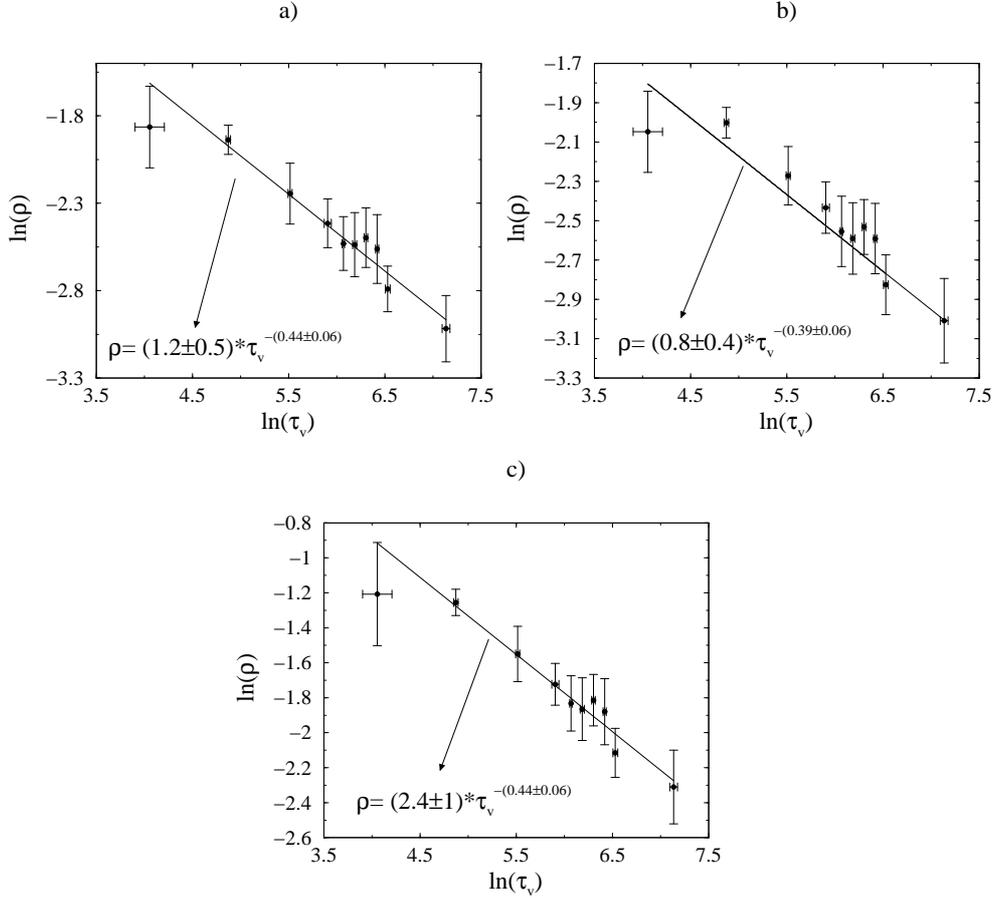


Figura 4.1: Densidad de defectos en la silicona de 50cSt. en función de τ_v , en formato log-log, para los diferentes métodos de recuento: a) considerando defectos los pentágonos; b) considerando defectos los heptágonos y c) considerando defectos todos los polígonos no hexagonales.

mientras que en los siete casos restantes la probabilidad de obtener resultados igualmente confiables, considerando el modelo válido, es de más del 95%.

Por lo tanto, teniendo en cuenta los errores cometidos, se considera válida la dependencia tipo ley de potencias de la densidad de defectos con el tiempo de cruce del umbral en el sistema estudiado.

Para ver claramente la dependencia del exponente con la viscosidad se muestra en la figura 4.4 la gráfica de un valor con respecto al otro, en la que si bien no se puede establecer el tipo de función que representa el exponente con la viscosidad debido a la cantidad limitada de puntos, sí que se puede ver que el exponente cambia con la viscosidad.

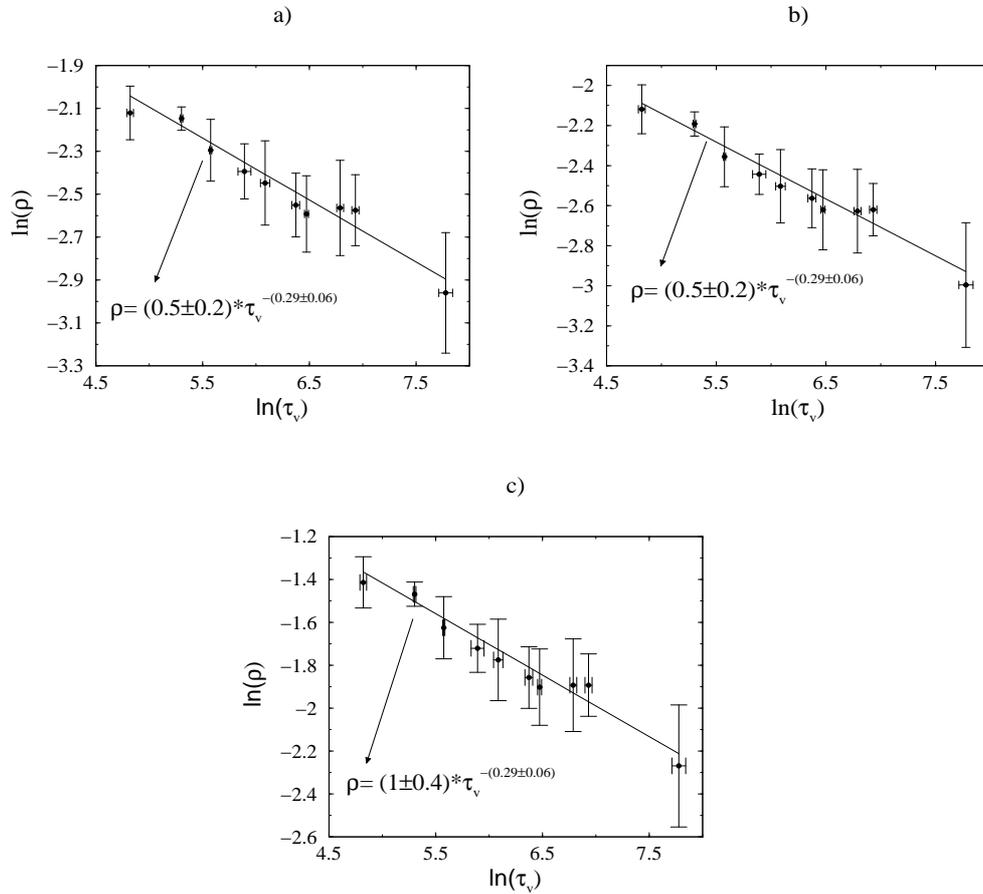


Figura 4.2: Densidad de defectos en la silicona de 100cSt. en función de τ_v , en formato log-log, para los diferentes métodos de recuento: a) considerando defectos los pentágonos; b) considerando defectos los heptágonos y c) considerando defectos todos los polígonos no hexagonales.

Los exponentes que se obtienen son los siguientes[17]:

- Para la silicona de 50 cSt.: $-(0.44 \pm 0.06)$ considerando defectos los pentágonos (método 1), $-(0.39 \pm 0.06)$ considerando defectos los heptágonos (método 2) y $-(0.44 \pm 0.06)$ para el método que considera defectos todos los polígonos diferentes de los hexágonos (método 3).
- Para la silicona de 100 cSt.: $-(0.29 \pm 0.06)$ en el método 1, $-(0.29 \pm 0.06)$ en el método 2 y $-(0.29 \pm 0.06)$ en el método 3.
- Para la silicona de 350 cSt.: $-(0.27 \pm 0.05)$ en el método 1, $-(0.24 \pm 0.06)$ en el método 2 y $-(0.27 \pm 0.05)$ en el método 3.

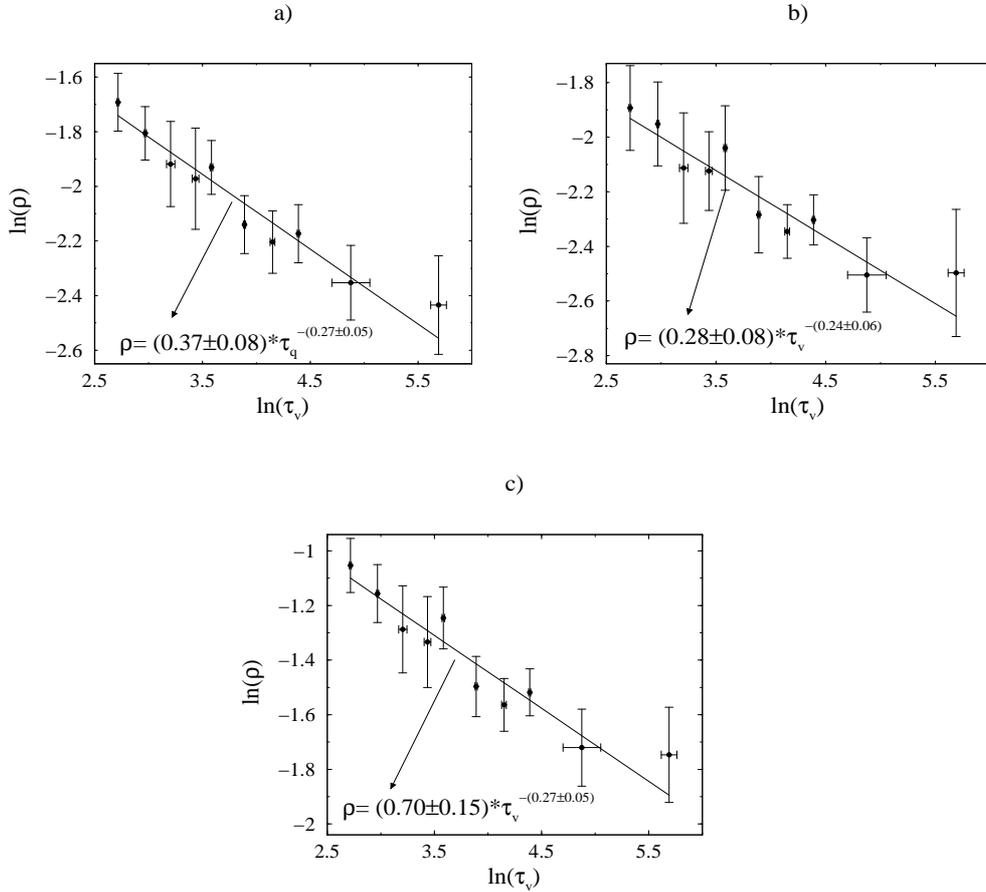


Figura 4.3: Densidad de defectos en la silicona de 350cSt. en función de τ_v , en formato log-log, para los diferentes métodos de recuento: a) considerando defectos los pentágonos; b) considerando defectos los heptágonos y c) considerando defectos todos los polígonos no hexagonales.

Los valores anteriores cambian levemente cuando vamos de un método a otro, sobre todo en el caso de considerar defectos los heptágonos. Una posible explicación para esto es que existan defectos formados únicamente por pentágonos que al desaparecer provocan una disminución mayor del número de defectos en los otros dos métodos, que sí los tienen en cuenta.

Las discrepancias con el modelo de Zurek pueden deberse a alguna de las siguientes causas:

- un comportamiento de los exponentes críticos en el caso de la bifurcación estudiada diferente al propuesto por Zurek en su trabajo, hecho para otro sistema experimental, en el que además hace uso de la teoría de campo

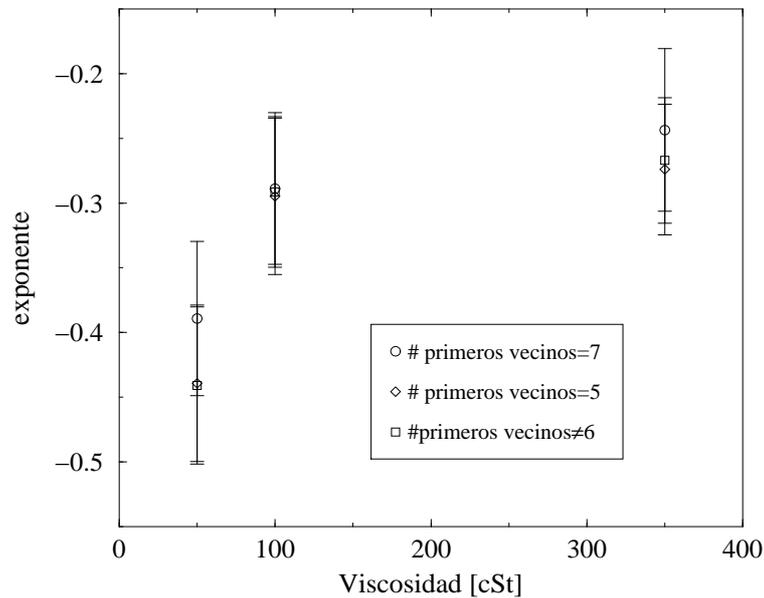


Figura 4.4: Exponente como función de la viscosidad cinemática del fluido.

medio, cuyas predicciones han sido erróneas en muchos casos[18].

- el modelo se propone para un campo con un solo modo, mientras que en nuestro caso los modos de la estructura son tres, y están acoplados entre sí.
- aunque no se ha tratado en esta tesis, el modelo predice un valor menor del exponente para el caso subamortiguado, es decir, para sistemas en los que el término disipativo en la ecuación que lo modeliza se puede despreciar respecto del término difusivo. Puede que, sin llegar al caso totalmente subamortiguado, estemos en la región de transición entre un régimen y el otro para la silicona de 50 cSt.

Capítulo 5

Conclusiones.

En este trabajo experimental se ha estudiado la densidad de defectos después de haber cruzado una bifurcación con rotura de simetría, y se puede decir a modo de resumen lo siguiente:

- en el sistema convectivo de Bénard-Marangoni estudiado, se ha encontrado una dependencia tipo ley de potencias de la densidad de defectos con el tiempo de cruce del umbral de convección, como se puede deducir a partir de la línea argumental de Zurek cuando propone un experimento “cosmológico” en un sistema de ${}^4\text{He}$.
- a partir del exponente de las curvas ajustadas en las diferentes viscosidades se puede ver una discrepancia con lo que predice el modelo, ya que para materia condensada el exponente del modelo no cambia con el parámetro de disipación y tiene un valor de $-\frac{1}{2}$.
- el desacuerdo entre los experimentos y el modelo en el punto anterior puede deberse a que los defectos considerados en el modelo son ceros del campo, mientras que en nuestro caso el campo es diferente de cero en todos los puntos después de haber cruzado la bifurcación, aunque cuando descomponemos la estructura en tres modos el defecto se corresponde con ceros en la amplitud de dos de los modos. Un nuevo marco teórico para éste caso tendrá que tener en cuenta el acoplamiento existente entre los tres modos, que podría producir desviaciones con respecto al caso de un único modo.

Las perspectivas que se habren a partir de este trabajo y que podría despejar algunas de las preguntas que nos hacemos son:

- realizar un experimento análogo al nuestro en un sistema convectivo de Rayleigh-Bénard, que tiene un único modo en su estructura, por lo que sus defectos son ceros del campo total.
- ampliar en nuestro experimento el rango de viscosidades, lo que nos permitiría confirmar lo que ahora se puede sospechar respecto de la variación del exponente con la viscosidad.
- mejorar el sistema de recuento de defectos, identificando qué polígonos forman los diferentes tipos de defectos que puedan existir en el sistema, evitando el contar un defecto individual más de una vez como puede estar sucediendo ahora.
- llevar a cabo el experimento en otros sistemas, para confirmar o rechazar la generalidad de las diferentes afirmaciones que se hacen en el modelo teórico.

Bibliografía

- [1] Cross, M. C. & Hohenberg, P. C., *Rev. Mod. Phys.* 65 (1993) 851.
- [2] Kibble, T.W.B.(1976) *J. Phys. A* 9, 1387.
- [3] Zurek, W.H. (1996) *Phys. Rep.* 276(4), 177.
- [4] Bénard, H., *Rev. Gén. Sci. Pure Appl.* 11, (1900) 1261.
- [5] B. Echevarría, *Tesis Doctoral*, Universidad de Navarra, (1998) y referencias en ella.
- [6] Eckert, K., Bestehorn, M., & Thess, A., (1998) *J. Fluid Mech.* 356, 155.
- [7] Krishnamurti, R., Part I & II, *J. Fluid Mech.* 42, (1970) 295, 309. 851.
- [8] Laguna,P. & Zurek,W.H. (1998) *Phys. Rev. D* 58, 085021.
- [9] Yates,A. & Zurek,W.H. (1998) *Phys. Rev. Lett.* 80(25), 5477.
- [10] Moro,E. & Lythe,G., (1999) *Phys. Rev. E* 59(2), 1303.
- [11] Chuang,I., Durrer,R., Turok, N. & Yurke, B. (1991) *Science* 251, 1336.
- [12] Bowick, M., Chandar, L., Schiff, E. & Srivastava, A. (1994) *Science* 263, 943.
- [13] Hendry, P., Lawson, N., Lee, R., McClintock, P., & Williams, C. (1994) *Nature* 368, 315.
- [14] Ducci, S., Ramazza, P., González-Viñas, W. & Arecchi, F.T. (1999) *Phys. Rev. Lett.* 83(25), 5210.
- [15] Merzkirch, W., “Flow Visualization” 2nd. Edition, (1987) Academic Press.
- [16] Press, William. H, “Numerical Recipes in FORTRAN” 2nd. Edition, (1992) Cambridge University Press, Cambridge.

- [17] Casado, S. F., González-Viñas, W., Mancini, H. L., Boccaletti, S., en preparación.
- [18] Pathria, R. K. (1996) *Statistical Mechanics*, p336.